

CIRJE-J-307

「接触8割削減」の科学的根拠の再現

東京大学大学院経済学研究科
岩本 康志

2023年8月

CIRJE ディスカッションペーパーの多くは
以下のサイトから無料で入手可能です。
http://www.cirje.e.u-tokyo.ac.jp/research/03research02dp_j.html

このディスカッションペーパーは、内部での討論に資するための未定稿の段階にある論文草稿である。著者の承諾なしに引用・複写して差し支えない。

Reproduction of Scientific Basis for “Reducing Contact by 80%”

Yasushi Iwamoto

Abstract

This paper aims to reproduce the results of the mathematical model of infectious diseases that provided the scientific basis for the “Reducing Contacts by 80%,” which was one of state of emergency measures in the spring of 2020. Since some results were successfully reproduced from publicly available information, the overall calculations were correct.

However, some figures were presented in which newly infected persons and infected persons were confused. Since the variables were mixed up, the internal validity of the analysis is lacking. While this paper does not address the real-world validity of the model, it is “incorrect” scientific advice in the sense that it lacks internal validity. To avoid similar situations in the future, it will be necessary to have a system in place to check the analysis by a larger group of experts.

「接触 8 割削減」の科学的根拠の再現

岩本 康志

要 約

本稿では、2020 年春の緊急事態措置である「接触 8 割削減」に科学的根拠を与えた感染症数理モデルの結果を再現した。公開された情報から高い精度で再現できた分析結果があることから、全体としては正しい計算がおこなわれていると推測される。

一方で、新規感染者と感染者が取り違えられた図が発表されていた。変数が取り違えられたため、分析の内的妥当性を欠いていることになる。本稿ではモデルの現実妥当性を問わないが、内的妥当性を欠いたという意味で「正しくない」科学的助言がされたといえる。将来に同様な事態が起こらないようにするには、専門家集団の層が厚くなり、分析をチェックする体制が整備されることが必要とされるだろう。

新型インフルエンザ等緊急事態宣言の決定に至る記録については、会議録等の経過記録と科学的根拠となるデータは完全に保存し、国民への説明責任を果たすとともに、次代への教訓として活用できるようにすること

(新型インフルエンザ等対策特別措置法案に対する附帯決議
2012年4月24日 参議院内閣委員会)¹

1. 序論

本稿は、西浦博教授が2020年3月から4月にかけて公表した感染症数理モデルの解説と再現をおこなう。この再現作業は、2020年春の緊急事態措置として実施された接触8割削減の科学的根拠を検討した岩本(2023)の基礎となるものである。

本稿の構成は、以下の通りである。2節では、再現作業を説明する。西浦教授によるモデルは、人口を年齢階層で3区分し、かつ感受性の相違で3区分した年齢構造化 SIR モデルである。2020年春に発表された一連の分析結果は、パラメータの設定の差によって3種類のモデルに区分されることがわかった。本稿ではこれらを便宜上「モデル A」「モデル B」「モデル C」と呼ぶことにする。

モデル C に基づく助言においては、匿名の市民（煙人計画氏²、sarkov28氏³）によるモデルの再現作業によって、感染者の結果が新規感染者の結果として示されている。仲田・芳賀沼・塚原(2023)と同様に、本稿での再現作業でも感染者と新規感染者が混同されていることが、3節で示される。4節では、本稿の結論を要約する。

付録 A では、年齢構造化 SIR モデルの解説を、西浦教授が公開したソースコードに即して、おこなう。付録 B は、微分方程式の計算方法を概説する。付録 C は、本稿での再現作業の詳細を説明する。

* 本稿の作成に当たっては、JSPS 科学研究費補助金（基盤研究 C）21K01522 の助成を受けた。

¹ https://www.sangiin.go.jp/japanese/gianjoho/ketsugi/180/f063_042401.pdf

² COVID-19 / 東京星に、いこう
<https://dromozoa.github.io/covid-19/tokyo.html>

³ 「新型コロナクラスター対策専門家」提示のグラフに誤りがあります（修正版）
<https://sarkov28.hatenablog.com/entry/2020/09/28/171523>

2. 再現作業

2.1 作業の概要

西浦教授が 2020 年 3 月から 4 月にかけて公表した年齢構造化 SIR モデルは、新規感染者の推移を示すグラフがメディアや専門家会議の資料を通して公表されたが、モデルの詳細はこの時期には公表されていない。したがって、緊急事態宣言の発出や解除の決定をする段階では、第三者がモデルの妥当性をチェックするのは困難な状態にあった。政策担当者、専門家にも分析結果が示されていたと思われるが、詳細がどこまで示されていたかは外部からはうかがい知れない。

モデルを数値計算するソースコード（微分方程式を数値計算で解くプログラム言語である Berkeley Madonna で書かれている）が GitHub で公開されたのは、5 月 27 日である。ただし、発表された結果をそのまま生成するコードではなく、モデルの骨子だけであり、第三者が結果を再現するためには、コードを補わなければいけない。また、西浦教授の文章による解説が『ニュースウィーク日本語版』誌 6 月 9 日号（6 月 2 日発売）に掲載された（西浦 2020b）。付録 A では、これらの資料をもとに、年齢構造化モデルの内容をくわしく解説している。

発表された分析結果を、発表日を基にして、3 月 2 日資料、3 月 19 日資料、4 月 3 日資料、4 月 11 日資料、4 月 15 日資料、4 月 22 日資料と呼ぶことにする。それぞれがどのような内容であるのかは、以下の再現作業のなかで説明する。

再現作業は、ソースコードと解説に基づいて再現できるものを対象とし、公開されていないパラメータを必要とするものは対象外とする。これによって、新規感染者、累積感染者、累積死亡者が対象となり、発症者、入院者、重症者、重篤患者は対象外となる。

これらの再現対象はパラメータの設定の違う 3 種類のモデルから生まれたものであることが以下の分析からわかるので、それらを時系列順にモデル A、モデル B、モデル C とここでは呼ぶことにする。

再現作業は、微分方程式の数値計算方法であるルンゲ＝クッタ法（Berkeley Madonna のデフォルトの方法）を VBA（Visual Basic for Applications）で実装した Excel ファイルでおこなった。ファイルは GitHub で公開しており、誰でもダウンロードして利用可能である（数値計算の方法については付録 B で概説し、再現ファイルの内容については付録 C で解説する）。Excel を用いることで、より多くの人にモデルの計算過程を理解してもらうことが可能となる。ファイルでは、オイラー法、中点法も実装しているが、ルンゲ＝クッタ法によって 3 月 19 日資料での 4 桁の数値を再現できるため、これを基本とする。付録 B では、その他の数値計算方法を概観する。

2.2 3 月 19 日資料（モデル B）

新型コロナウイルス感染症対策本部新型コロナウイルス対策専門家会議（以下、専門家

会議) (第8回) の「新型コロナウイルス感染症対策の状況分析・提言 (3月19日)」では新規感染者の詳細な数値が公開されているので、これを再現作業の出発点とする⁴。後述する理由から、これは3種類のうちのモデルBに相当する。

この資料の図6は、基本再生産数を2.5と置いたときの新規感染者数と重篤患者数を示している。資料の本文には下線つきで、日本のある特定地域(10万人)が「流行50日目には1日の新規感染者数が5,414人にのぼり、最終的に人口の79.9%が感染すると考えられます。」と詳細な数値が示されている。本稿の再現作業では、50日の新規感染者数は5,414人とすべての桁が一致して再現できた。また、最終的な感染規模の79.9%も再現できた⁵。

2.3 4月15日資料(モデルB)

西浦教授は4月15日におこなった記者会見で、死亡者数の推計を発表した。西浦教授が作成した資料は公開されていないが、数値の詳細がわかる報道では、

「外出自粛要請などの対策を全く取らなかった場合、重篤患者数は15~64歳が約20万1300人、65歳以上の高齢者が約65万2000人で計85万3300人となった。

試算では対策をしなかった場合、重篤患者の49%が死亡すると予測。西浦教授は死者数を出していないが、単純計算で約41万8000人が亡くなることになる。」(日本経済新聞)

6

「人工呼吸器や集中治療室(ICU)での治療が必要となる重篤患者は15~64歳で20万1301人で、65歳以上は65万2066人と見積もった。致死率を成人0.15%、高齢者1%と想定すると、死亡者は重篤患者の半数(49%)で、約42万人の予測になる」(毎日新聞)

7。

とある。

西浦・川端(2020)によれば、死亡者数の公表については、発表しようとする西浦教授とこれを止めようとする厚生労働省の間のせめぎ合いがあった。結局、重篤患者数が公表さ

⁴ 「新型コロナウイルス感染症対策の状況分析・提言 (3月19日)」(新型コロナウイルス対策専門家会議)

<https://www.mhlw.go.jp/content/10900000/000610566.pdf>

⁵ なお、同時に示されている重篤患者数は本稿の再現対象外であるが、本文では「呼吸管理・全身管理を要する重篤患者数が流行62日目には1,096人に上り」と書かれているが、図とはまったく数値が合わないため、文章と図は違ったモデルに由来する可能性がある。

⁶ 「「対策ゼロなら40万人死亡」 厚労省クラスター対策班」(日本経済新聞、2020年4月15日) <https://www.nikkei.com/article/DGXMZO58067590V10C20A4CE0000/>

⁷ 「新型コロナ 対策なければ重篤85万人 専門家試算、国内42万人死亡」(毎日新聞、2020年4月16日)

れ、これと重篤患者数の死亡率が言及されることで、間接的に死亡者数が計算されるようになった⁸。

再現した感染最終規模に公表されている致死率を乗じて死亡者数を再現すると、42万6,684人となって、このとき報道された41.8万人とは合わない。公表値とわずかに違う致死率が用いられているのか、その他で違いが生じているかわからないが、3月19日資料と同じモデルBに分類しておく^{9,10}。

2.4 3月2日資料（モデルA）

持ち回りで開催された専門家会議（第5回）の資料「新型コロナウイルス感染症の流行シナリオ（2月29日時点）」は、日本医療研究開発機構感染症実用化研究事業（新興・再興感染症に対する革新的医薬品等開発推進研究事業）「感染症対策に資する数理モデル研究の体制構築と実装」（研究開発代表者：西浦博）の報告書である（西浦、2020a）¹¹。分析の主たる目的は、冒頭で「本シナリオは、各都道府県において、今後の対策を検討するにあたり地域内の流行状況や年齢構成等の地域性を十分に踏まえて医療体制の整備を行う際の参考にしていただくため、現時点での情報に基づいて示すものである」とされている。

⁸ 「実は42万人という数は、僕の口からは言っていないんです。前日に医務技監から電話がかかってきて、（中略）『どっちしても死亡者数は直接言わないでください』と言われました。『じゃあ、85万人重症でその約半分が死亡』ならいいんですかと聞きますと、『それならよい』ということでした。そんな経緯もあって、本当に回りくどい表現しかしていないのです。」（西浦・川端、2020、181-182頁）

⁹ 西浦教授は3月19日資料について、「実は、これが後々、なにも対策をしないと累計で85万人の重症者が出て、そのうちの半分近くが死亡すると42万人だという推定のベースになります。この図を出した時のシミュレーションから簡単に計算できるものなんですけれど、死亡者数に関しては絶対に言わないということを、ここでは約束させられます。」（西浦・川端、2020、110頁）

¹⁰ なお、重篤化率（感染者当たりの重篤患者数）を小児0%、成年0.3%、高齢者2%と置くと成年20,1301人、高齢者65,2066人の重篤患者数を正確に再現できることをsarkov28氏が示している（「手元の42万人死亡推計の数値計算が、西浦氏の数字に一致するようになった事情 - 気になったことを考察する」<https://sarkov28.hatenablog.com/entry/2021/07/08/171933>）。本稿でもこれを再現できる。ただし、これは公表された重篤患者数を導く重篤化率を逆算しただけであり、西浦教授が重篤化率をこのように切りのいい数値に置いたのかは不明である。また、かりにこの重篤化率の設定では重篤患者の致死率は50%となり、報道された49%より若干高くなる。

¹¹ 「新型コロナウイルス感染症の流行シナリオ（2月29日時点）」（新型コロナウイルス対策専門家会議（第5回）資料、2020年3月2日）

https://www.kantei.go.jp/jp/singi/novel_coronavirus/senmonkakaigi/sidai_r020302.pdf

日本医師会総合政策研究機構はこのシナリオに基づくピーク時の患者数と各種病床数が都道府県別に示された資料（高橋・江口・石川、2020）を作成しており、COVID-19 対策での病床整備の根拠資料として重要なものである。

3月2日資料はモデルの構成に必要な解説に乏しく、本稿での再現の対象外である。しかし、公表された解説をもとに累積感染者を推計すると、その年齢階層別の分布は公表された発症者の分布と大きく異なる。再現対象となる変数は存在しないものの、モデル B とはパラメータが違っていることが推測される。時系列でモデル B に先行しており、結果の差が大きいことから、これをモデル A と呼ぶことにする。

2.5 4月3日資料（モデル C）

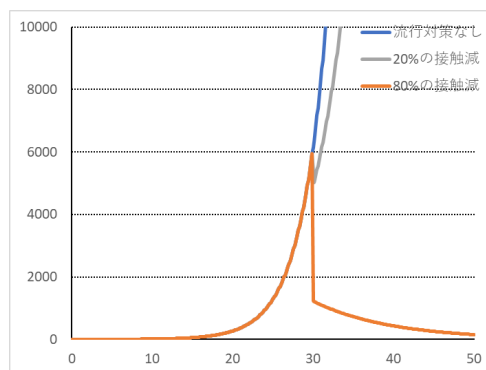
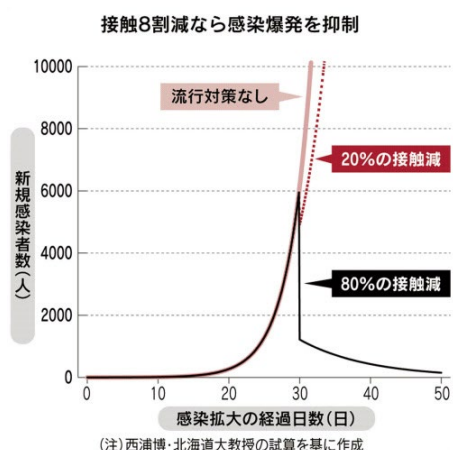
接触 8 割削減による新規感染者のシミュレーションは、4月3日に日本経済新聞、NHK の記事に掲載された¹²。3月2日資料、3月9日資料は 10 万人当たり人数であったが、このシミュレーションは、実人数で表示されている。ところが、公表されているパラメータではもっと大きな数値となってしまう。煙人計画氏、Sarkov28 氏、仲田・芳賀沼・塚原 (2023) は、感染者の初期値を 10 分の 1 にすることでよく再現されることを示しており、本稿でもこれにしたがった。図 1 は、日本経済新聞社に掲載された図と本稿の再現結果を比較したものである。記事には詳細な数値がないため、グラフでの比較によるしかないが、再現できていると考えられる。モデル B からパラメータが変更されていることから、この資料の基になるモデルをモデル C と呼ぶことにする。

図 1 4月3日資料（接触 8 割削減のシミュレーション）の再現

(A)

(B)

¹² 河合(2020、122 頁)によれば、前日の 4 月 2 日の専門家会議の打ち合わせで、議論になり、同席した和田耕治教授の発案で、翌 3 日に日本経済新聞社と NHK の取材を受けて、この資料が発表されることになった。そして、西浦教授は 4 月 4 日に、専門家有志の会 Twitter アカウントで直接、この図の内容を説明している (<https://twitter.com/ClusterJapan/status/1246314012389675009>)。



(出所) (A) 「欧米に近い外出制限を」 西浦博教授が感染者試算: 日本経済新聞

<https://www.nikkei.com/article/DGXMZO57610560T00C20A4MM0000>

(B) 筆者計算

図1では、接触が8割削減されたときに新規感染者は急速に低下している。これは、SIRモデルでは新規感染者数と接触数が比例するため、各年齢階層の接触が一律8割削減されれば、新規感染者も同時に一律8割削減され、全体で8割削減されるためである。

この資料は緊急事態宣言発出の直前に発表されたものであるが、緊急事態宣言発出時の接触8割削減の根拠となるのは、この後に発表された4月11日資料と4月22日資料になる。その意味でこれら資料は重要であると同時に、結果を再現できない理由として大きな問題をはらむので、節をあらためて検討する。

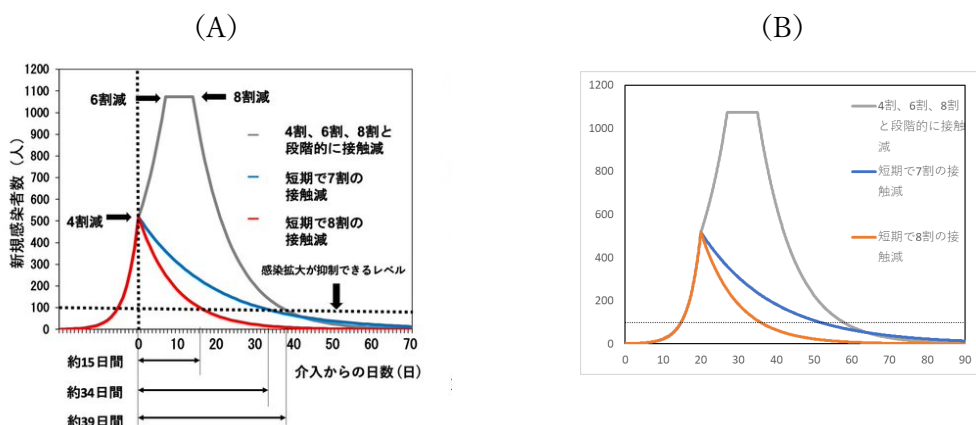
3. 感染者と新規感染者の混同

3.1 4月11日資料（モデルC）

接触削減の別のシミュレーションは、4月11日の日本経済新聞に掲載され、同様の図が専門家有志の会の Twitter アカウントで4月15日にツイートされている¹³¹⁴。メディアの手の入っていない後者の資料を本稿では用いるが、2.3節で説明された4月15日資料との混同を避けるため、総称として4月11日資料と呼ぶことにする。

図2(A)は、この資料に示された図である。接触削減開始のタイミングが図1では30日目であったのがこの図では20日目になっているが¹⁵、それ以外にも重要な違いがある。まず、接触削減前の数値がかなり異なっている。図2(A)の20日目は500人強となっているが、図1ではそれよりも相当低い（筆者の再現では270人）。

図2 接触8割削減のシミュレーション（4月11日資料）



(出所) (A) <https://twitter.com/ClusterJapan/status/1250639295674634240>

(B) 筆者計算（新規感染者ではない）

他に定性的な大きな違いとして、図1では接触削減と同時に大きく新規感染者数が減少しているのに対して、図2(A)の8割削減の場合では新規感染者が緩やかに減少しており、同じモデルから計算されたとは考えられない動きをしている。ソースコードに示されたモデルから図2(A)のような動きが生じるとしたら、接触が一気に8割削減されるので

¹³ (A) と同じ図は、新型コロナクラスター対策専門家 Twitter アカウントに投稿された。

<https://twitter.com/ClusterJapan/status/1250364311144296454>

¹⁴ 注意しなければいけないのは、4月15日の記者会見で発表された死亡者数はモデルBに基づくものであり、同日の専門家有志の会のツイートはモデルCに基づくものである。

¹⁵ 接触削減開始日が20日であることは4月11日の日本経済新聞に掲載された図から確認できる。

はなく、最初に約 6 割削減され¹⁶、その後に削減前と比較しての削減率が次第に大きくなるシナリオが想定されていることになる。しかし、漸次的な削減シナリオを想定するだけでは上にのべたような接触削減前の相違は生じないので、全体の動きを説明するにはさらに他のパラメータが変更されたという説明を追加する必要がある。

この問題に対して、sarkov28 氏、仲田・芳賀沼・塚原(2023)は図 2 (A) の縦軸は新規感染者数（感染者ストックへの流入フロー）ではなくて、その日の感染者数（ストック）であると考えると、図 1 (A) と同じパラメータによって再現できることを示した。本稿でも、同様の作業をした結果が図 2 (B) であり、(A) を再現できている。パラメータを変更することなく結果が再現されていることから、変数の取り違えが生じているという説明がもっともらしいと考えられる。

3.2 4月22日資料（モデル C）

4月22日の専門家会議の「新型コロナウイルス感染症対策の状況分析・提言」には、新たな図が掲載されたが、変数の取り違えは修正されておらず、逆に内容の不正確さが増している。この資料は、会議時に配布された案¹⁷と会議後に発表された決定稿¹⁸の2つが公開されていて、両者に若干の差がある。そこで、案を4月22日資料 A、決定稿を4月22日資料 B と呼ぶことにする。

図 3 (A) は、案（4月22日資料 A）の図を示したものである。この図には、「流行対策開始前までは $R_0=2.5$ で感染者数が増加する。感染日別の新規感染者数は 80% の接触削減により 15 日間で 1 日 100 人まで減少する（青線）。しかし、接触の削減が 70% であると 1 日 100 人に達するには 70 日以上を要する（灰色線）。」との説明がつけられている。

図 3 接触 8 割削減のシミュレーション（4月22日資料 A）

(A)

(B)

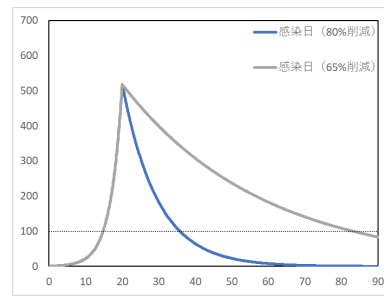
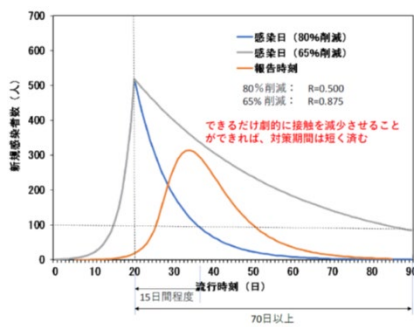
¹⁶ 感染初期では実効再生産数が基本再生産数にほぼ等しく、実効再生産数が約 2.5 となる。実効再生産数を 1 とすれば新規感染者に変化がなく、2.5 の 4 割が 1 のため、実効再生産数 1 を達成するには、削減率を約 6 割とすればよい。

¹⁷ 「新型コロナウイルス感染症対策の状況分析・提言」（案）（新型コロナウイルス感染症対策専門家会議、2020 年 4 月 22 日）

https://www.kantei.go.jp/jp/singi/novel_coronavirus/senmonkakaigi/sidai_r020422.pdf

¹⁸ 「新型コロナウイルス感染症対策の状況分析・提言」（新型コロナウイルス感染症対策専門家会議、2020 年 4 月 22 日）

<https://www.mhlw.go.jp/content/10900000/000624048.pdf>



(出所) (A)「新型コロナウイルス感染症対策の状況分析・提言」(案)(新型コロナウイルス感染症対策専門家会議、2020年4月22日)

<https://www.mhlw.go.jp/content/10900000/000624048.pdf>

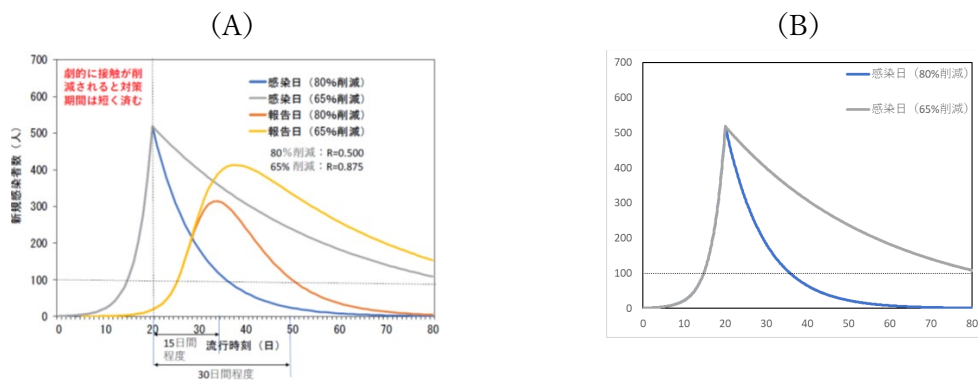
(B) 筆者計算による感染者数(新規感染者数ではない)

ここでは青線がグラフの曲線が新規感染者であると明確に説明されている。また、この資料の1頁には「新規感染者数は、日ごとの差はあるものの、1日の新規感染者数は455人にのぼっており」という記述があり、その後この図が挿入されていることから、資料の文脈として新規感染者を示すことは明確である。

説明文では、1日100人に達するまでの時間が8割削減と7割削減では55日以上差があることになっている。しかし、この説明文には2つの問題点がある。第1に、図では8割削減と6.5割削減を比較しており、8割削減と7割削減の比較ではない。第2に、図では70日以前に100人に達しており、70日以上かかっていない。さらに、図にも問題があり、1人100人を示す線は水平ではなく、6.5割削減で100人に達する日が実際よりも遠くにあるように書かれている。図3(B)は本稿での感染者数の再現であるが、100人の水準での水平線が示されており、線を横切る日付が(A)よりも早いことがわかる。

図4(A)は、決定稿(4月22日資料B)の図であり、(B)は再現での感染者数である。

図4 接触8割削減のシミュレーション(4月22日資料B)



(出所) (A)「新型コロナウイルス感染症対策の状況分析・提言」(新型コロナウイルス感染症対策専門家会議、2020年4月22日)

<https://www.mhlw.go.jp/content/10900000/000624048.pdf>

(B) 筆者計算による感染者数（新規感染者数ではない）

この資料の説明文は、「流行対策開始前までは $R_0=2.5$ で感染者数が増加する。感染日別の新規感染者数は 80% の接触削減により 15 日間で 1 日 100 人まで減少する（青線）。しかし、接触の削減が 65% であると 1 日 100 人に達するには 90 日以上を要する（灰色線）。」となっている。灰色線の説明に 2 箇所の変更がある。第 1 は、7 割削減を 6.5 割削減に修正したことである。第 2 は、接触削減開始から 70 日ではなく、モデルの計算の最初から 90 日以上としたことである。また、図の表示期間が 90 日間から 80 日間に変更された。もしこの変更が悪意がないとすれば、図は 7 割削減ではなく 6.5 割削減であったことに気づいたが、図で 90 日以前に 100 人に達しているとは気づかなかった、しかし 90 日以前に 100 人に達していることは図からはわからないようにした、ということになる。

さらに図の変更によって、この説明文の「90 日以上を要する」というのが、モデルの計算開始からなのか、接触削減開始なのかはわからなくなった。資料 A のように接触削減開始から 90 日以上かかる、というように誤解してしまう可能性がある。すなわち、8 割削減と 6.5 割削減の差が 75 日以上との誤解を招くおそれがあるということである¹⁹。実際、この誤解に基づいて、安倍首相が 4 月 29 日の予算委員会で以下のように答弁してしまっている。

「また、8 割の低減に満たなかった場合については、4 月 22 日の専門家会議の提言において、1 日当たりの新規感染者数が 500 から 100 までに減少する時間について、接触削減が 80% であれば 15 日間要するところ、65% であれば 90 日以上を要するということが示されているところでございます。」²⁰

3.3 混同の性格と影響

図 5 (A) は、4 月 11 日資料の変数の取り違えを修正して、図 2 (B) を導いたモデルの

¹⁹ このような誤解を招く表現は、この資料の公開に先立つ 4 月 10 日の西浦教授のインタビューでの発言に見られる。

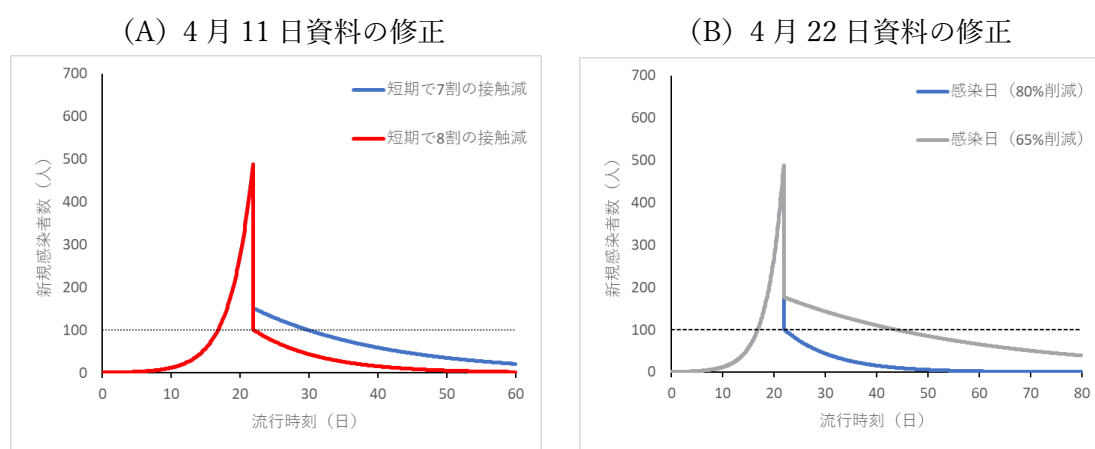
「80% だったら診断されていない人も含めて感染者が 100 人まで戻るまでは 15 日間、それに感染から発病、診断など目に見えるまでの時間が 15 日加わり、1 か月間だという話をしました。

それが、もし 65 パーセントだったら、感染者の数が減るまでに 90 日かかります。90 日プラス 15 で 105 日かかるんです。あまりにも長くかかる。」（「このままでは 8 割減できない」「8 割おじさん」こと西浦博教授が、コロナ拡大阻止でこの数字にこだわる理由 <https://www.buzzfeed.com/jp/naokoiwanaga/covid-19-nishiura>)

²⁰ <https://kokkai.ndl.go.jp/txt/120115261X01720200429/291>

新規感染者の動きを示したものであるが、図 2 とはまったく違った動きとなる。新規感染者が約 500 人の水準から対策を開始するように、削減開始日を 22 日としている（正確には、開始時点の新規感染者は 504 人である）。このとき新規感染者を 100 人に下げることが 8 割削減では接触削減開始当日に達成される一方で、7 割削減の場合には瞬時には達成されずに、8 日を要する（29 日に達成される）。つまり、19 日と説明されていたものが、8 日に短縮される²¹。しかし、2 週間の報告遅れを見込んだとしても、7 割削減でも 1 か月以内に達成される。

図 5 新規感染者数のシミュレーション（4月11日資料、4月22日資料の修正）



（注）（A）感染日別の新規感染者数は 80%の接触削減により直ちに 1 日 100 人まで減少する（青線）。しかし、接触の削減が 70%であるとする と 1 日 100 人に達するには 8 日を要する（灰色線）。

（B）接触の削減が 65%であるとする と 1 日 100 人に達するには 21 日を要する（灰色線）。

4 月 11 日資料で強調されていた、接触 7 割削減では新規感染者減少に 1 か月以上の長い時間がかかるという内容は、数理モデルの根拠がないことになる。

図 5（B）は、4 月 22 日資料の変数の取り違えを修正して、8 割削減と 6.5 割削減の新規感染者数を正しい形で比較したものである。図 5（A）と同じ理由で、接触削減開始時を 22 日としている。6.5 割削減の場合に新規感染者が 100 人を切るのは削減開始から 22 日目であり、8 割削減との差は専門家会議資料の説明よりはるかに短くなる。

²¹ 8 割削減では瞬時に達成されることから 0 日目に達成として、7 割削減での 8 日目の達成との差を 8 日間としている。

4. 結論

本稿では、2020年春の緊急事態措置である「接触8割削減」に数量的根拠を与えた感染症数理モデルの分析結果を再現した。公開された情報から高い精度で再現できた分析結果があることから、全体としては正しい計算がおこなわれていると推測される。しかし、再現できない分析結果もあり、モデルのパラメータが変更されていると推測され、その情報が適時に公開されていれば、より透明性が高まったであろう。

一方で、新規感染者と感染者が取り違えられた図が発表されていた。変数が取り違えられたため、分析の内的妥当性を欠いていることになる。本稿ではモデルの現実妥当性を問わないが、内的妥当性を欠いたという意味で「正しくない」科学的助言がされたといえる。その影響については、別稿（岩本 2023）で論じている。

変数の取り違えは政策担当者に示される前に気がついて、修正されるべきであった。西浦教授のチームは時間的制約と人的制約のなかでできる限りのチェックをされていたものと想像するが、不幸にもこのような事態が起きてしまった。将来に同様な事態が起こらないようにするには、専門家集団の層が厚くなりチェック体制が整備されることと、分析の情報が公開されて多くの人の目に触れるようにしておくことが必要とされるだろう。

参考文献

- Cash J. R., and Alan H. Karp (1990), "A variable order Runge-Kutta method for initial value problems with rapidly varying right-hand sides," *ACM Transactions on Mathematical Software*, Vol. 16, Issue 301, September, pp 201–222.
<https://doi.org/10.1145/79505.79507>
- Dormand, J. R. and P. J. Prince (1980), "A family of embedded Runge–Kutta formulae," *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 6, Issue 1, March, pp. 19–26.
[https://doi.org/10.1016/0771-050X\(80\)90013-3](https://doi.org/10.1016/0771-050X(80)90013-3)
- 岩本康志(2023)「接触 8 割削減の科学的根拠」CIRJE Discussion Paper CIRJE-J-306。
- Kaps, Peter and Peter Rentrop (1979), "Generalized Runge-Kutta methods of order four with stepsize control for stiff ordinary differential equations," *Numerische Mathematik*, vol. 33, Issue 1, March, pp. 55–68. <https://doi.org/10.1007/BF01396495>
- 河合香織(2021)『分水嶺：ドキュメント コロナ対策専門家会議』岩波書店。
- Marcoline, Frank, Michael Grabe, Smita Nayak, Tim Zahnley, George Oster, Robert Macey (2022), *Berkeley Madonna User's Guide*, Version 10.4, September 28.
https://www.berkeleymadonna.com/downloads/BM_Users_Guide_10.4.pdf
- 仲田泰祐・芳賀沼和哉・塚原悠貴(2023)「第一波感染シミュレーションの再現性」
<https://www.bicea.e.u-tokyo.ac.jp/policy-analysis-65/>
- 西浦博(2020a)「新型コロナウイルス感染症の流行シナリオ (2月29日時点)」日本医療研究開発機構感染症実用化研究事業(新興・再興感染症に対する革新的医薬品等開発推進研究事業)「感染症対策に資する数理モデル研究の体制構築と実装」。
https://www.kantei.go.jp/jp/singi/novel_coronavirus/senmonkakaigi/sidai_r020302.pdf
- 西浦博(2020b)「特別寄稿：西浦博・北大教授「8割おじさん」の数理モデル」『ニューズウィーク日本版』、6月9日号。
<https://www.newsweekjapan.jp/stories/world/2020/06/8-39.php>
- 西浦博・川端裕人(2020)『理論疫学者・西浦博の挑戦 新型コロナからいのちを守れ!』中央公論新社。
- Nishiura, Hiroshi, Natalie M Linton, Andrei R Akhmetzhanov (2020), "Serial interval of novel coronavirus (COVID-19) infections," *International Journal of Infectious Diseases*, Vol. 93, April, pp. 284–286. <https://doi.org/10.1016/j.ijid.2020.02.060>
- 高橋泰・江口成美・石川雅俊(2020)「地域の医療提供体制の現状 - 都道府県別・二次医療圏別データ集 - (2020年4月第8版)」日医総研ワーキングペーパー、No. 443。
<https://www.jmari.med.or.jp/download/WP443/WP443-appendix.pdf>

Tsitouras, Ch. (2011), “Runge–Kutta pairs of order 5(4) satisfying only the first column simplifying assumption,” *Computers & Mathematics with Applications*, Vol. 62, Issue 2, July, pp. 770–775. <https://doi.org/10.1016/j.camwa.2011.06.002>

付録 A 年齢構造化 SIR モデルの解説

A.1 ソースコード

この付録では、西浦教授が接触 8 割削減の提言時に用いた数理モデル（年齢構造化 SIR モデル）を解説する（西浦 2020b）。GitHub で 5 月 27 日に公開されたソースコード²²を図 A.1 に示している。

図 A.1 年齢構造化 SIR モデルのソースコード

```
1      DT = 0.1
2
3      d/dt (S_c) = -lambda_c*S_c
4      d/dt (I_c) = lambda_c*S_c - gamma*I_c
5      d/dt (R_c) = gamma*I_c
6      d/dt (S_a) = -lambda_a*S_a
7      d/dt (I_a) = lambda_a*S_a - gamma*I_a
8      d/dt (R_a) = gamma*I_a
9      d/dt (S_e) = -lambda_e*S_e
10     d/dt (I_e) = lambda_e*S_e - gamma*I_e
11     d/dt (R_e) = gamma*I_e
12
13     {(alpha_a*N_a+alpha_e*N_e+alpha_c*N_c)}
14     lambda_c = (gamma*R0/N_c)* alpha_c/ (alpha_a+alpha_e+alpha_c)*
15     (I_c + I_a + I_e)
16     lambda_a = (gamma*R0/N_a)* alpha_a/ (alpha_a+alpha_e+alpha_c)*
17     (I_c + I_a + I_e)
18     lambda_e = (gamma*R0/N_e)* alpha_e/ (alpha_a+alpha_e+alpha_c)*
19     (I_c + I_a + I_e)
20
21
22     Death_c=R_c*IFR_c
23     Death_a=R_a*IFR_a
24     Death_e=R_e*IFR_e
25
26     alpha_c = 0.009
27     alpha_a = 0.630
```

²² https://github.com/contactmodel/COVID19-Japan-Reff/blob/master/BerkleyMadonna_May2020.txt

ソースコードは 46 行あるが、末尾の空白の 2 行は省略して、44 行を示している。

```
24     alpha_e = (1-alpha_c-alpha_a)
25     gamma= 1/4.8
26     R0 =2.5
27
28     IFR_c = 0
29     IFR_a = 0.0015
30     IFR_e = 0.0100
31
32     init S_c = 15758424
33     init I_c = 0
34     init R_c = 0
35     init S_a = 76499818
36     init I_a = 10
37     init R_a = 0
38     init S_e = 35185241
39     init I_e = 0
40     init R_e = 0
41     N_c = S_c + I_c + R_c
42     N_a = S_a + I_a + R_a
43     N_e = S_e + I_e + R_e
44     N=N_c+N_a+N_e
```

(出典) https://github.com/contactmodel/COVID19-Japan-Reff/blob/master/BerkleyMadonna_May2020.txt

A.2 異質感受性モデル

以下、Berkeley Madonna の文法の知識がなくても計算内容が理解できるように、ソースコードの内容を解説する。

```
1     DT = 0.1
```

モデルは連続時間で表現されるが、数値計算は離散時間でおこなうので、単位期間を1/10日と設定している。本稿では、モデルの時間を t として説明する。

```
32     init S_c = 15758424
33     init I_c = 0
34     init R_c = 0
35     init S_a = 76499818
```

```

36   init I_a = 10
37   init R_a = 0
38   init S_e = 35185241
39   init I_e = 0
40   init R_e = 0
41   N_c = S_c + I_c + R_c
42   N_a = S_a + I_a + R_a
43   N_e = S_e + I_e + R_e
44   N=N_c+N_a+N_e

```

人口が、小児 (c)、成年 (a)、高齢者 (e) の年齢階層に区分され、それぞれ括弧内の添え字によって表される²³。また、SIR モデルとして、人口は感受性人口 (S)、感染性人口 (I)、除外人口 (R) に区分され、それぞれ括弧内の記号で表される。人口 (N) の初期値の設定は、「平成 31 年 1 月 1 日住民基本台帳年齢階級別人口 (都道府県別) (総計)」に一致している。初期の感染性人口は、成年で 10 人と置かれている。32~40 行は、

$$S_c(0) = 15,758,424, S_a(0) = 76,499,818, S_e(0) = 35,185,241$$

$$I_a(0) = 10$$

$$I_c(0) = I_e(0) = R_c(0) = R_a(0) = R_e(0) = 0$$

のように表される。また、年齢階層別の人口は固定されて、41~44 行は、

$$N = N_c + N_a + N_e$$

$$N_c = S_c(t) + I_c(t) + R_c(t)$$

$$N_a = S_a(t) + I_a(t) + R_a(t)$$

$$N_e = S_e(t) + I_e(t) + R_e(t)$$

のように表すことができる。ソースコード 41 行の右辺第 3 項の N_c は N_e の誤記と思われるが、ここで定義される N がソースコードで使用されることはないので、問題は生じない。死亡者は除外人口に含まれたままであり、通常の人口の用語法 (生存者のみを指す) とは異なっていることに注意されたい。

```

3   d/dt (S_c) = -lambda_c*S_c
4   d/dt (I_c) = lambda_c*S_c - gamma*I_c
5   d/dt (R_c) = gamma*I_c
6   d/dt (S_a) = -lambda_a*S_a
7   d/dt (I_a) = lambda_a*S_a - gamma*I_a
8   d/dt (R_a) = gamma*I_a
9   d/dt (S_e) = -lambda_e*S_e

```

²³ 小児、成年、高齢者の呼称は、西浦(2020a)による。

$$10 \quad d/dt (I_e) = \lambda_e S_e - \gamma I_e$$

$$11 \quad d/dt (R_e) = \gamma I_e$$

感受性人口が感染する確率を感染力 λ (force of infection) として、年齢階層によって異なると想定する (異質感受性の想定)。感染力は、感受性人口の減少率で表され、

$$-\frac{\dot{S}_c(t)}{S_c(t)} = \lambda_c(t) \quad (1)$$

$$-\frac{\dot{S}_a(t)}{S_a(t)} = \lambda_a(t) \quad (2)$$

$$-\frac{\dot{S}_e(t)}{S_e(t)} = \lambda_e(t) \quad (3)$$

となる (ソースコードの 3、6、9 行)。

感受性以外の異質性はなく、感染性人口からの除外率 (平均世代時間の逆数) は同じであり、感染性人口の動学は、感受性人口からの流入と感染性人口からの流出によって、

$$\dot{I}_c(t) = \lambda_c S_c(t) - \gamma I_c(t)$$

$$\dot{I}_a(t) = \lambda_a S_a(t) - \gamma I_a(t)$$

$$\dot{I}_e(t) = \lambda_e S_e(t) - \gamma I_e(t)$$

で表される (ソースコードの 4、7、10 行)。除外人口の動学は、

$$\dot{R}_c(t) = \gamma I_c(t)$$

$$\dot{R}_a(t) = \gamma I_a(t)$$

$$\dot{R}_e(t) = \gamma I_e(t)$$

となる (ソースコードの 5、8、11 行)。

$$14 \quad \lambda_c = (\gamma R_0 / N_c) * \alpha_c / (\alpha_a + \alpha_e + \alpha_c) * (I_c + I_a + I_e)$$

$$15 \quad \lambda_a = (\gamma R_0 / N_a) * \alpha_a / (\alpha_a + \alpha_e + \alpha_c) * (I_c + I_a + I_e)$$

$$16 \quad \lambda_e = (\gamma R_0 / N_e) * \alpha_e / (\alpha_a + \alpha_e + \alpha_c) * (I_c + I_a + I_e)$$

全体の感染性人口 I は、年齢階層別の感染性人口を合計して、

$$I(t) = I_c(t) + I_a(t) + I_e(t) \quad (4)$$

で表され、感染力を

$$\lambda_c(t) = \beta_c I(t) \quad (5)$$

$$\lambda_a(t) = \beta_a I(t) \quad (6)$$

$$\lambda_e(t) = \beta_e I(t) \quad (7)$$

で表すとすると、感受性人口の動学は(5)~(7)式を(1)~(3)式に代入して

$$\dot{S}_c(t) = -\beta_c S_c(t) I(t) \quad (8)$$

$$\dot{S}_a(t) = -\beta_a S_a(t) I(t) \quad (9)$$

$$\dot{S}_e(t) = -\beta_e S_e(t) I(t) \quad (10)$$

と表され、感染性は同質で感受性が年齢階層によって異質な SIR モデルの形式となる。さらに

$$\beta_c = \frac{\alpha_c}{N_c} \gamma \mathcal{R}_0 \quad (11)$$

$$\beta_a = \frac{\alpha_a}{N_a} \gamma \mathcal{R}_0 \quad (12)$$

$$\beta_e = \frac{\alpha_e}{N_e} \gamma \mathcal{R}_0 \quad (13)$$

と置いたものが、ソースコードの 14~16 行に対応する。

```

22     alpha_c = 0.009
23     alpha_a = 0.630
24     alpha_e = (1-alpha_c-alpha_a)
25     gamma= 1/4.8
26     R0 =2.5

```

ここで、 \mathcal{R}_0 は基本再生産数で 2.5 と設定される。22~24 行で設定された感受性の差異を表現するパラメータの値は、 $\alpha_c = 0.009$ 、 $\alpha_a = 0.630$ 、 $\alpha_e = 0.361$ であり、24 行で示された通り、合計が 1 になるように設定されている。

平均世代期間は 4.8 日と置かれている (25 行)。Nishiura, Linton and Akhmetzhanov (2020) での 18 例のリンクにワイブル分布を当てはめた発症間隔 (serial interval) の平均値と一致している。

```

28     IFR_c = 0
29     IFR_a = 0.0015
30     IFR_e = 0.0100

```

28~30 行で、致死率 (感染者当たり死亡者) は、成年 0.15%、高齢者 1% と設定されている。ただし、2.1 節で示されたように、この数値では 4 月 15 日資料を再現できない。

A.3 多次元 SIR モデルの基本再生産数

新規感染者の動学は、(4) 式、(11)~(13) 式を (8)~(10) 式に代入して、

$$-\dot{S}_c(t) = \gamma \mathcal{R}_0 \frac{S_c(t)}{N_c} \alpha_c (I_c(t) + I_a(t) + I_e(t))$$

$$-\dot{S}_a(t) = \gamma \mathcal{R}_0 \frac{S_a(t)}{N_a} \alpha_a (I_c(t) + I_a(t) + I_e(t))$$

$$-\dot{S}_e(t) = \gamma \mathcal{R}_0 \frac{S_e(t)}{N_e} \alpha_e (I_c(t) + I_a(t) + I_e(t))$$

となる。これをベクトルと行列を使い、多次元 SIR モデルとして表現すると、

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_c(t) \\ \dot{I}_a(t) \\ \dot{I}_e(t) \end{bmatrix} = \gamma \mathcal{R}_0 \begin{bmatrix} S_c(t)\alpha_c/N_c & S_c(t)\alpha_c/N_c & S_c(t)\alpha_c/N_c \\ S_a(t)\alpha_a/N_a & S_a(t)\alpha_a/N_a & S_a(t)\alpha_a/N_a \\ S_e(t)\alpha_e/N_e & S_e(t)\alpha_e/N_e & S_e(t)\alpha_e/N_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_c(t) \\ I_a(t) \\ I_e(t) \end{bmatrix} - \gamma \begin{bmatrix} I_c(t) \\ I_a(t) \\ I_e(t) \end{bmatrix} \quad (14)$$

となる。行列の変数が初期値で固定され、感染者数が同じ変化率 $(\beta - \gamma)$ で変化するとすると、(14)式は、

$$\begin{bmatrix} (\beta - \gamma)I_c(t) \\ (\beta - \gamma)I_a(t) \\ (\beta - \gamma)I_e(t) \end{bmatrix} = \gamma \mathcal{R}_0 \begin{bmatrix} \alpha_c & \alpha_c & \alpha_c \\ \alpha_a & \alpha_a & \alpha_a \\ \alpha_e & \alpha_e & \alpha_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_c(t) \\ I_a(t) \\ I_e(t) \end{bmatrix} - \gamma \begin{bmatrix} I_c(t) \\ I_a(t) \\ I_e(t) \end{bmatrix}$$

となり、これを整理すると、

$$\mathcal{R}_0 \begin{bmatrix} \alpha_c & \alpha_c & \alpha_c \\ \alpha_a & \alpha_a & \alpha_a \\ \alpha_e & \alpha_e & \alpha_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_c(t) \\ I_a(t) \\ I_e(t) \end{bmatrix} = \frac{\beta}{\gamma} \begin{bmatrix} I_c(t) \\ I_a(t) \\ I_e(t) \end{bmatrix} \quad (15)$$

となる。(15)式を満たす β/γ は、左辺の行列（次世代行列）

$$\mathcal{R}_0 \begin{bmatrix} \alpha_c & \alpha_c & \alpha_c \\ \alpha_a & \alpha_a & \alpha_a \\ \alpha_e & \alpha_e & \alpha_e \end{bmatrix}$$

の固有値となる。固有値は、行列式

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_0^3 \begin{vmatrix} \alpha_c - \mathcal{R}_0^{-1}\lambda & \alpha_c & \alpha_c \\ \alpha_a & \alpha_a - \mathcal{R}_0^{-1}\lambda & \alpha_a \\ \alpha_e & \alpha_e & \alpha_e - \mathcal{R}_0^{-1}\lambda \end{vmatrix} &= \mathcal{R}_0^3 \begin{vmatrix} -\mathcal{R}_0^{-1}\lambda & 0 & \alpha_c \\ \mathcal{R}_0^{-1}\lambda & -\mathcal{R}_0^{-1}\lambda & \alpha_a \\ 0 & \mathcal{R}_0^{-1}\lambda & \alpha_e - \mathcal{R}_0^{-1}\lambda \end{vmatrix} \\ &= \mathcal{R}_0 \lambda^2 \begin{vmatrix} -1 & 0 & \alpha_c \\ 1 & -1 & \alpha_a \\ 0 & 1 & \alpha_e - \mathcal{R}_0^{-1}\lambda \end{vmatrix} = -\lambda^2 [\lambda - \mathcal{R}_0(\alpha_c + \alpha_a + \alpha_e)] = 0 \end{aligned}$$

を満たす $\lambda (= \beta/\gamma)$ であり、 $\mathcal{R}_0(\alpha_c + \alpha_a + \alpha_e) = \mathcal{R}_0$ と 0（重根）となる。絶対値が最大の固有値が基本再生産数と定義されるので、それが \mathcal{R}_0 となるようにモデルの記号がもともと定義されている。 \mathcal{R}_0 が 1 より大きければ、 $\beta - \gamma > 0$ となるので、初期に少数の感染者が存在すると感染症が流行することを示している。

最大固有値に対応する固有ベクトルは、

$$\mathcal{R}_0 \begin{bmatrix} \alpha_c & \alpha_c & \alpha_c \\ \alpha_a & \alpha_a & \alpha_a \\ \alpha_e & \alpha_e & \alpha_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ x_a \\ x_e \end{bmatrix} = \mathcal{R}_0 \begin{bmatrix} x_c \\ x_a \\ x_e \end{bmatrix} \quad (16)$$

を満たすベクトル

$$\begin{bmatrix} x_c \\ x_a \\ x_e \end{bmatrix}$$

である。(16)式の両辺を \mathcal{R}_0 で割り、整理すると

$$\begin{aligned} x_c &= \alpha_c(x_c + x_a + x_e) \\ x_a &= \alpha_a(x_c + x_a + x_e) \end{aligned}$$

$$x_e = \alpha_e(x_c + x_a + x_e)$$

となる。固有ベクトル空間は、ベクトル

$$\begin{bmatrix} \alpha_c \\ \alpha_a \\ \alpha_e \end{bmatrix}$$

を含むものとなり、流行初期の年齢階層別の感染者の比率は、この固有ベクトルの比率に近いものとなることが予想される。もし感受性が同質的であるなら、年齢階層別の感染者の比率は人口の比率になっているはずである。したがって、両者の比率をとったベクトル

$$\begin{bmatrix} \alpha_c/N_c \\ \alpha_a/N_a \\ \alpha_e/N_e \end{bmatrix}$$

は感受性の差異の指標となる。このことは、(11)～(13)式で示されている。

ソースコードで設定された値を使い、 α_a/N_a を1と基準化すると、このベクトルは、

$$\begin{bmatrix} 0.07 \\ 1 \\ 1.25 \end{bmatrix}$$

となる。つまり、小児の感染しやすさは成年の約0.07倍（14分の1）であり、高齢者は成年の約1.25倍感染しやすいと設定されている。

付録 B 数値計算の方法

B.1 1段階法

付録 C は、微分方程式の数値計算の方法を概説する。本文で説明した年齢構造化モデルは、6 変数の自律系の微分方程式と表現できる。自律系の一般的な形式は、 x をベクトルとして

$$\dot{x}(t) = f(x(t))$$

となる。

年齢構造化モデルでは、 $x^T = [S_c, S_a, S_e, I_c, I_a, I_e]$ となる。 T は転置ベクトルを表す。動学は、

$$\dot{S}_c(t) = -New_c(S_c(t), I(t)) \quad (17)$$

$$\dot{S}_a(t) = -New_a(S_a(t), I(t)) \quad (18)$$

$$\dot{S}_e(t) = -New_e(S_e(t), I(t)) \quad (19)$$

$$\dot{I}_c(t) = New_c(S_c(t), I(t)) - Out_c(t) \quad (20)$$

$$\dot{I}_a(t) = New_a(S_a(t), I(t)) - Out_a(t) \quad (21)$$

$$\dot{I}_e(t) = New_e(S_e(t), I(t)) - Out_e(t) \quad (22)$$

$$New_c(S_c(t), I(t)) = (1 - x(t))\beta_c S_c(t)I(t) \quad (23)$$

$$New_a(S_a(t), I(t)) = (1 - x(t))\beta_a S_a(t)I(t) \quad (24)$$

$$New_e(S_e(t), I(t)) = (1 - x(t))\beta_e S_e(t)I(t) \quad (25)$$

$$Out_c(t) = \gamma I_c(t) \quad (26)$$

$$Out_a(t) = \gamma I_a(t) \quad (27)$$

$$Out_e(t) = \gamma I_e(t) \quad (28)$$

と(4)式で表すことができる。 Out 関数は、コードの可読性を高めるために導入されたものである。

以下、一般形での計算方法と年齢構造化 SIR モデルの計算方法を説明する。年齢構造化モデルでは重複を避けて、小児の未感染者の動学のみ説明する。

初期値問題の数値計算では、初期時点 t_0 から小さな区間 (step) で離散的に近似値を求めていく。 N 区間 (t_n から t_{n+N-1}) の情報を用いて、つぎの区間 (t_{n+N-1} から t_{n+N}) を計算する多段階法の計算式は、

$$x_{n+N} = a_{N-1}x_{n+N-1} + a_{N-2}x_{n+N-2} + \cdots + a_0x_n + h\Phi(x_{n+N}, x_{n+N-1}, \dots, x_n)$$

$$a_{N-1} + \cdots + a_0 = 1$$

である。 h は区間幅である。 $N = 1$ となる1段階法の計算式は、

$$x_{n+1} = x_n + h\Phi(x_{n+1}, x_n) \quad (29)$$

である。1段階法では、以前の区間の情報を使わない。多段階法では区間幅は固定されていないと実用的ではないが、1段階法では区間幅を変えることは容易であり、近似誤差に

合わせて区間幅が調整される方法（適応型）がある。適応型では、(29)式の h の大きさが区間によって異なる。

Berkeley Madonna では、計算方法に Euler、RK2、RK4、Auto、Stiff の 5 種類のオプションがあり、デフォルトは RK4 になっている²⁴。いずれも 1 段階法で、最初の 3 つは区間幅固定の方法である。本稿の VBA は、この 3 つの手法を実装している。

B.2 オイラー法

ここでは 1 段階法のみに着目して、区間幅を h として、 $t_n = t$ 、 $t_{n+1} = t + h$ として、時点 $t + h$ の x を計算することを考える。これは、時点 t と $t + h$ の x を結んだ直線の傾きを計算することに等しい。

オイラー法は、直線の傾きとして厳密解の時点 t での接線を用いて、

$$\frac{x(t+h) - x(t)}{h} = f(x(t))$$

と計算する。これを变形すると、

$$x(t+h) = x(t) + hf(x(t))$$

となる。

時点 $t + h$ の x を時点 t で 1 次の項までテーラー展開すると、

$$x(t+h) \approx x(t) + hx'(t) = x(t) + hf(x(t))$$

となるので、厳密解のテーラー展開と数値計算は 1 次の項が一致し、1 次 (order) の分析精度をもつ (2 次以上の項が誤差をもつ)。

年齢構造化モデルでの(17)式で表される小児の未感染者は、

$$S_c(t+h) = S_c(t) - hNew_c(S_c(t), I(t))$$

で計算される。

B.3 中点法

(陽的) 中点法は、時点 t と $t + h$ の x を結んだ直線の傾きとして、中間の時点 $t + h/2$ での厳密解の接線を用いて、

$$\frac{x(t+h) - x(t)}{h} = f\left(t + \frac{h}{2}\right)$$

で計算する。これを变形すると、

$$x(t+h) = x(t) + hf\left(x\left(t + \frac{h}{2}\right)\right) \quad (30)$$

が得られる。しかし、時点 $t + h/2$ の x が未知なので、これをオイラー法で

²⁴ 各方法の説明は、Marcoline et al. (2022, p.45-)にある。

$$x\left(t + \frac{h}{2}\right) = x(t) + \frac{h}{2}f(x(t))$$

と求め、(30)式に代入すると、

$$x(t+h) = x(t) + hf\left(x(t) + \frac{h}{2}f(x(t))\right) \quad (31)$$

のように、時点 $t+h$ の x を計算することができる。これが、中点法の計算式となる。

(31)式の右辺第2項を1次の項までテーラー展開すると、

$$x(t+h) \approx x(t) + h\left(f(x(t)) + \frac{h}{2}f(x(t))f'(x(t))\right)$$

となる。厳密解の2次の項までのテーラー展開は、

$$x(t+h) \approx x(t) + h\dot{x}(t) + \frac{h^2}{2}\ddot{x}(t) = x(t) + hf(x(t)) + \frac{h^2}{2}f(x(t))f'(x(t))$$

となるので、厳密解と中点法のテーラー展開は2次の項まで一致する。つまり、中点法は2次の精度をもつ。

小児の未感染者の場合は、

$$S_c(t+h) \approx S_c(t)$$

$$-hNew_c\left(S_c(t) - \frac{h}{2}New_c(S_c(t), I(t)), I_c(t) + \frac{h}{2}(New_c(S_c(t), I(t)) - \gamma I_c(t))\right)$$

と計算される。

B.4 ルンゲ=クッタ法

(古典的) ルンゲ=クッタ法は、

$$k_1(t) = f(x(t))$$

$$k_2(t) = f\left(x(t) + \frac{h}{2}k_1(t)\right)$$

$$k_3(t) = f\left(x(t) + \frac{h}{2}k_2(t)\right)$$

$$k_4(t) = f(x(t) + hk_3(t))$$

$$x(t+h) \approx x(t) + h\left(\frac{1}{6}k_1(t) + \frac{1}{3}k_2(t) + \frac{1}{3}k_3(t) + \frac{1}{6}k_4(t)\right)$$

によって、時点 $t+h$ の x を計算する。ルンゲ=クッタ法は、4次の精度をもつ。

年齢構造化モデルでは、具体的に

$$k_{1,S_c}(t) = -New(\beta_c(t), S_c(t), I(t))$$

$$k_{2,S_c}(t) = -New\left(\beta_c(t), S_c(t) + \frac{h}{2}k_{1,S_c}(t), I(t) + \frac{h}{2}k_{1,I}(t)\right)$$

$$k_{3,S_c}(t) = -New\left(\beta_c(t), S_c(t) + \frac{h}{2}k_{2,S_c}(t), I(t) + \frac{h}{2}k_{2,I}(t)\right)$$

$$k_{4,S_c}(t) = -New\left(\beta_c(t), S_c(t) + hk_{3,S_c}(t), I(t) + hk_{3,I}(t)\right)$$

$$S_c(t+h) \approx S_c(t) + h\left(\frac{1}{6}k_{1,S_c}(t) + \frac{1}{3}k_{2,S_c}(t) + \frac{1}{3}k_{3,S_c}(t) + \frac{1}{6}k_{4,S_c}(t)\right)$$

と計算される。

B.5 (広義の) ルンゲ=クッタ法

以上の方法を含んだ (広義の) ルンゲ=クッタ法 (Runge-Kutta methods) は、 s を段数 (stage) として、

$$k_1 = f(x(t))$$

$$k_i = f\left(x(t) + h \sum_{j=1}^s a_{ij}k_j\right)$$

$$x(t+h) = x(t) + h \sum_{i=1}^s b_i k_i$$

で表される。 a_{ij} を要素にもつ行列を A 、 b_i を要素にもつベクトルを b と定義しておく。 A が下三角行列であるときは陽解法と呼ばれ、逐次代入で解くことができる。

オイラー法はルンゲ=クッタ法での $A=0$ 、 $b^T=1$ と表すことができ、1段1次の方法である。小児の未感染者をルンゲ・クッタ法の様式で記述すると、

$$k_{1,S_c}(t) = -New(\beta_c(t), S_c(t), I(t))$$

$$S_c(t+h) \approx S_c(t) + hk_{1,S_c}$$

となる。

中点法は、

$$A = \begin{bmatrix} & \\ 1/2 & \end{bmatrix}$$

$$b^T = [\quad 1]$$

と表すことができ、2段2次の方法である。 A の空白は0を表す。小児の未感染者をルンゲ・クッタ法の様式で記述すると、

$$k_{1,S_c}(t) = -New(\beta_c(t), S_c(t), I(t))$$

$$k_{2,S_c}(t) = -New\left(\beta_c(t), S_c(t) + \frac{h}{2}k_{1,S_c}(t), I(t) + \frac{h}{2}k_{1,I}(t)\right)$$

$$S_c(t+h) \approx S_c(t) + hk_{2,S_c}$$

となる。

古典的ルンゲ=クッタ法は、

$$A = \begin{bmatrix} 1/2 & & & \\ & 1/2 & & \\ & & 1 & \\ & & & 1 \end{bmatrix}$$

$$b^T = \begin{bmatrix} 1/6 & 1/3 & 1/3 & 1/6 \end{bmatrix}$$

となる。ルンゲ=クッタ法は、4段4次の方法である。

B.6 その他の方法

Auto オプションは、適応型ルンゲ=クッタ法の1種であり、Cash-Karp法 (Cash and Karp 1990) を用いる。適応型ルンゲ=クッタ法では、 n 次と $n-1$ 次のルンゲ=クッタ法の計算結果の差が閾値より大きい場合に、区間幅を縮小して計算することで、近似誤差を小さくするものである。高次の方法で使用する行列 A の主小行列が低次の方法の行列に相当する場合には、低次の方法の行列をあらためて計算する必要がない。たとえば、オイラー法の A は中点法の A の主小行列になっていることから、中点法で計算する際に b を違えるだけでオイラー法も同時に計算できる。これは、2(1)次の方法と表現される。Cash-Karp法は、5段5(4)次である。

適応型ルンゲ=クッタ法は、他のソフトウェアでも標準として使われている。Dormand-Prince法 (Dormand and Prince 1980) は、7段5(4)次の方法であり、MATLABでの標準的なodeソルバーとされている (ode45)²⁵。また、PythonのSciPyライブラリの`scipy.integrate.solve_ivp`関数の標準となる²⁶。6段5(4)次のTsitouras法 (Tsitouras 2011) は、JuliaのDifferentialEquations.jlパッケージで使用が推奨されている (Tsit5)²⁷。

硬い (stiff) 方程式に適用するStiffオプションは、 A が下三角行列でない陰解法の一つであるRosenbrock法 (Kaps-Rentrop法 [Kaps and Rentrop 1979]とも呼ばれる) を用いる。

²⁵ 「ODEソルバーの選択」 <https://jp.mathworks.com/help/matlab/math/choose-an-ode-solver.html>

²⁶ https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.integrate.solve_ivp.html

²⁷ ODE Solvers. https://docs.sciml.ai/DiffEqDocs/stable/solvers/ode_solve/

付録 C 再現ファイルの構成

C.1 ファイルの構成

本稿で使用した Excel ファイル（COVID_Age3_2020.xlsm）は、GitHub（<https://github.com/iwmtys/covid>）に格納されている。

ファイルでは、3種類のモデルで合計11通りのシナリオでシミュレーションがおこなわれる。まず、3種類のモデルは基本再生産数と初期感染者数の設定によって区別され、接触削減開始日と削減削減率合の違いによってモデル C 内に複数のシナリオが存在する。表 C.1 は、接触削減率以外のパラメータの差をまとめたものである。

表 C.1 パラメータの設定

	該当セル	A	B	C
基本再生産数	B2 ¹⁾	2.0	2.5	2.5
初期感染者数（人）	B8:D8、C14 ¹⁾	10	10	1
接触削減開始日	D3:I6、K3:M3 ²⁾	なし	なし	20、22 ³⁾ 、30

- 1) 「Parameters」ワークシート。
- 2) 「Parameters-x」ワークシート。
- 3) 22日は、本稿での独自の設定である。

モデルのパラメータは、「Parameters」シートで設定されており、これらの値を変更して計算することも容易である。モデル A の基本再生産数の設定はモデル B から 20%接触削減として表現し、以下の接触削減のシナリオの 1 つに含まれる。この設定は、実質的に基本再生産数が 20%低い 2.0 となることと数値計算上、同等である。

削減率 x の値によって11種類のシナリオが設定され、1から11までの通し番号をつけている。表 C.2 は、これらについて、対応するモデル、再現対象の資料、本稿で使用する変数、計算期間、本稿での使用箇所（図の場合、凡例表示名も）を示してある。シナリオでの削減率の設定は、「Parameters-x」シートにまとめてある（1と3は削減がないので、このシートには現れない）。モデル C は便宜上、C1、C2、C3 に細分化している。

表 C.2 削減率のシナリオ

番号	モデル	再現対象	使用する変数	計算期間	使用箇所
1	B	3月22日資料	新規感染者数	240	本文
			感染最終規模		本文
		4月15日資料	感染最終規模		本文
2	A	3月2日資料	感染最終規模	300	本文

3	C1	4月3日資料	新規感染者数	50	図1 (感染対策なし)
4	C1	4月3日資料	新規感染者数	50	図1 (20%の接触減)
5	C1	4月3日資料	新規感染者数	50	図1 (80%の接触減)
6	C2	4月11日資料	感染者数	90	図2 (4割、6割、8割と段階的に接触減)
7	C2	4月11日資料	感染者数	90	図2 (短期で7割の接触減)
8	C2	4月11日資料 4月22日資料	感染者数 感染者数	90	図2 (短期で8割の接触減) 図3 (感染日 (80%削減))
9	C2	4月22日資料	感染者数	90	図3 (感染日 (65%削減))
10	C3	4月11日資料	新規感染者数	90	図4 (8割減の場合)
11	C3	4月11日資料	新規感染者数	90	図4 (7割減の場合)

計算期間は、モデル A とモデル B は感染最終規模が確認できるだけの期間をとるため、それぞれ 240 日、300 日とした。モデル C は再現する図に相当する期間を計算しているが、シナリオ 9 については、100 人を切る時刻を確認するため、再現する図は 80 日であるところを 90 日まで計算してある。セルの数式を下にコピーすることで、計算期間は容易に延長できる（ただし、モデル C の削減率のシナリオは 90 日までしか設定していないので、それ以上に延長する場合には、削減率のシナリオも延長する必要がある）。

初期 ($t = 0$) の日付は、0 日 0 時 0 分とする。日付 0.1 は 0 日 2 時 24 分となる。接触削減が開始される時に削減率は 0 から不連続的に変化する。例えば、20 日に接触削減が開始する場合は、20 日 0 時 0 分から接触削減が始まると想定し、19 日 21 時 36 分 ($t = 19.9$) から 20 日 0 時 0 分 ($t = 20$) までは削減率 0 で計算し、20 日 0 時 0 分から 20 日 2 時 24 分までの計算は設定した削減率で計算する。20 日 0 時 0 分の新規感染者も設定した削減率で計算する。1 区間で削減率が滑らかに変化するとは想定しない。

本稿で使用する変数の計算結果をいったん「Result-SIR」ワークシートにコピーしてまとめた後に、それを参照した再現結果を「Result_A」「Result_B」「Result_C12」「Result_C3」ワークシートに示してある。本稿の再現作業を確認するには、これらの 4 つのワークシートを見ればよい。

「Result_A」では、感染最終規模を示し、再現対象資料の発症者数と比較している。「Result_B」では、50 日目の新規感染者数、感染最終規模、死亡者数（再現できない）を示している。また参考までに重篤患者数（重症者数）を再現する重症化率を推測している。「Result_C12」では、再現された図を表示している。「Result_C3」では、4 月 11 日資料と 4 月 22 日資料 A、B の変数の取り違えを修正した図を表示している。

各シナリオの計算は、シナリオ 1 と 2 が「Simulated-SIR_AB」で、シナリオ 3 から 5 が「Simulated-SIR_C1」で、シナリオ 6 から 9 が「Simulated-SIR_C2」で、シナリオ 10 と 11 が「Simulated-SIR_C3」でおこなわれている。各シナリオでの変数の動きを直接目視で

きるように、Excelのシナリオ選択機能を使わずに、すべてのシナリオの計算結果がワークシートに現れるようにした。

各シナリオでの SIR モデルの計算は同一である。シナリオごとに、行は時刻が、列には変数が計算されている。以下のように各シナリオで 16 個の変数が計算される（第 1 行にはモデルでの記号、第 2 行には最初のシナリオの計算のワークシートでの列記号をつけた。他のシナリオは、その右側で計算している）。

<i>S</i>	<i>I</i>	<i>R</i>	<i>New</i>
B	C	D	E
Total			
Susceptible	Infectious	Removed	New infection

これらの値は、以下で計算する各年齢階層の合計値として計算される。

S_c	I_c	S_a	I_a	S_e	I_e
F	G	H	I	J	K
Children		Adults		Elderly	
Susceptible	Infectious	Susceptible	Infectious	Susceptible	Infectious

初期値以外のこの列は、SIR モデルの微分方程式にしたがって、数値計算をおこなっているが、rk 関数（後述）による戻り値の配列が代入される。

R_c	New_c	R_a	New_a	R_e	New_e
L	M	N	O	P	Q
Children		Adults		Elderly	
Removed	New infection	Removed	New infection	Removed	New infection

Removed は、人口から Susceptible と Infectious を引いて求められる。New infection は、(23)～(25)式によって計算される。各年齢階層の変数が、F～K 列と L～Q 列に分断されるのは、前者に rk 関数の戻り値をまとめる都合からである。

付録 B での *New* と *Out* は、以下のように NewI 関数と OutI 関数で計算される。

```

1      Function NewI(Beta As Double, S As Double, I As Double) As Double
2          NewI = Beta * S * I
3      End Function

```

```

1      Function OutI(Gamma As Double, I As Double) As Double
2          OutI = Gamma * I

```

C.2 rk 関数

VBAによって定義されたrk関数が、(17)～(22)式に基づく感受性人口と感染性人口の動学を計算している。微分方程式の数値計算は、引数Stageが1のときオイラー法、2のとき中点法、それ以外の引数のときルンゲ=クッタ法で計算する。以下は、VBAによるコードの解説である。

```

1 Function rk(Beta_c As Double, Beta_a As Double, Beta_e As Double,
2 Gamma As Double, _
3 aS_c As Double, aI_c As Double, aS_a As Double, aI_a As Double,
4 aS_e As Double, aI_e As Double, _
5 Optional dt As Double = 0.1, Optional Stage As Integer = 4)

```

関数の引数は、以下の通りである。各年齢階層の β については接触削減のない場合の対応を示しており、接触削減がある場合には削減率に応じて減少した値が引数となる。

表 C.3 rk 関数の引数

VBA での変数名	モデルでの記号	Excel での名前	設定したセル
Beta_c	β_c	BETA_c	「 Parameters 」 B11
Beta_a	β_a	BETA_a	「 Parameters 」 C11
Beta_e	β_e	BETA_e	「 Parameters 」 D11
Gamma	γ	GAMMA	「Parameters」 B4
aS_c	S_c		1 行上のセル
aI_c	I_c		1 行上のセル
aS_a	S_a		1 行上のセル
aI_a	I_a		1 行上のセル
aS_e	S_e		1 行上のセル
aI_e	I_e		1 行上のセル
dt	h	dt	「 Parameters 」 B16
Stage	s	STAGE	「 Parameters 」 B17

```

6      Const N As Integer = 4
7
8      Dim Result(2 * AGE - 1) As Double
9      Dim aI_tot As Double

```

8 行の Result は、戻り値を格納する配列である。

```

10     Dim S_c(N) As Double
11     Dim S_a(N) As Double
12     Dim S_e(N) As Double
13     Dim I_c(N) As Double
14     Dim I_a(N) As Double
15     Dim I_e(N) As Double
16     Dim I_tot(N) As Double
17     Dim kS_c(N) As Double
18     Dim kS_a(N) As Double
19     Dim kS_e(N) As Double
20     Dim kI_c(N) As Double
21     Dim kI_a(N) As Double
22     Dim kI_e(N) As Double
23     Dim kI_tot(N) As Double
24     Dim a(N, N) As Double
25     Dim b(N) As Double

```

k_{i,S_c}

k_{i,S_a}

k_{i,S_e}

k_{i,I_c}

k_{i,I_a}

k_{i,I_e}

$k_{i,I}$

a_{ij}

b_j

10～25 行で、計算で使用する変数ベクトルを配列で定義する。17～25 行はモデルでの表記を右側に記載した。10～16 行は、途中計算用の配列である。

```

27     aI_tot = aI_c + aI_a + aI_e
28
29     If Stage = 1 Then
30         b(1) = 1
31
32     ElseIf Stage = 2 Then
33         a(2, 1) = 1 / 2
34         b(1) = 0
35         b(2) = 1
36
37     Else

```

```

38      a(2, 1) = 1 / 2
39      a(3, 1) = 0
40      a(3, 2) = 1 / 2
41      a(4, 1) = 0
42      a(4, 2) = 0
43      a(4, 3) = 1
44      b(1) = 1 / 6
45      b(2) = 1 / 3
46      b(3) = 1 / 3
47      b(4) = 1 / 6
48
49      End If

```

29～49行で、オイラー法、中点法、ルンゲ=クッタ法の行列Aとベクトルbを定義している。

```

51      For I = 1 To Stage
52          S_c(I) = aS_c
53          S_a(I) = aS_a
54          S_e(I) = aS_e
55          I_c(I) = aI_c
56          I_a(I) = aI_a
57          I_e(I) = aI_e
58          For j = 1 To I - 1
59              S_c(I) = S_c(I) + dt * a(I, j) * kS_c(j)
60              S_a(I) = S_a(I) + dt * a(I, j) * kS_a(j)
61              S_e(I) = S_e(I) + dt * a(I, j) * kS_e(j)
62              I_c(I) = I_c(I) + dt * a(I, j) * kI_c(j)
63              I_a(I) = I_a(I) + dt * a(I, j) * kI_a(j)
64              I_e(I) = I_e(I) + dt * a(I, j) * kI_e(j)
65          Next j
66          I_tot(I) = I_c(I) + I_a(I) + I_e(I)
67          kS_c(I) = -NewI(Beta_c, S_c(I), I_tot(I))
68          kS_a(I) = -NewI(Beta_a, S_a(I), I_tot(I))
69          kS_e(I) = -NewI(Beta_e, S_e(I), I_tot(I))
70          kI_c(I) = -kS_c(I) - OutI(Gamma, I_c(I))
71          kI_a(I) = -kS_a(I) - OutI(Gamma, I_a(I))
72          kI_e(I) = -kS_e(I) - OutI(Gamma, I_e(I))

```

```
73     kI_tot(I) = kI_c(I) + kI_a(I) + kI_e(I)
74     Next I
75     Result(0) = aS_c
76     Result(2) = aS_a
77     Result(4) = aS_e
78     Result(1) = aI_c
79     Result(3) = aI_a
80     Result(5) = aI_e
81     For I = 1 To Stage
82         Result(0) = Result(0) + dt * b(I) * kS_c(I)
83         Result(2) = Result(2) + dt * b(I) * kS_a(I)
84         Result(4) = Result(4) + dt * b(I) * kS_e(I)
85         Result(1) = Result(1) + dt * b(I) * kI_c(I)
86         Result(3) = Result(3) + dt * b(I) * kI_a(I)
87         Result(5) = Result(5) + dt * b(I) * kI_e(I)
88     Next I
```

51~88 行で、(広義の) ルンゲ=クッタ法による計算がされている。

```
90     rk = Result
91
92     End Function
```

90 行で、計算結果 (6 列の配列) を返している。