

# 感染症対策の厚生経済学：局所的集団免疫

Welfare Economics of Managing an Epidemic: Local Herd Immunity

岩本 康志

## 目次

感染症対策の厚生経済学：局所的集団免疫.....	1
1. 序論 .....	2
2. ネットワーク SIR モデル .....	4
2.1 新規感染の発生 .....	4
2.2 集計量の動学.....	6
2.3 ファクターXとしての感染症対策 .....	6
3. 感染症対策 .....	8
3.1 異質性の考慮.....	8
3.2 選択的活動制限 .....	9
3.3 増分費用効果比から見た対策の選択 .....	11
3.4 動学的最適化と静学的最適化 .....	11
4. ファクターXとしての局所的集団免疫効果.....	13
4.1 集団免疫閾値と流行最終規模の推計 .....	13
4.2 新規感染への影響.....	14
4.3 シミュレーション.....	15
4.4 平均活動量の動学の計算.....	18
5. 結論 .....	20
参考文献 .....	21

## 1. 序論

本稿では、感染機会が個人間で異なるときの感染症対策として、選択的な活動制限を検討する。社会経済活動の制限が感染症対策の（強い）手段として用いられているのは、社会経済活動が感染症の流行と相関しているからである。このことは社会の集団レベルだけでなく、個人レベルでも成立すると考えられよう。すなわち、社会経済活動が活発な個人ほど感染機会が多く、感染しやすいという傾向があるという考え方である。

このような考え方のモデル化として、May and Anderson (1988)は後天性免疫不全症候群 (AIDS) を対象にして、感染機会をもつ接触の個人差を SIR モデルに組み入れた分析をおこなった<sup>1</sup>。その後、複雑ネットワークの研究分野として発展しており、稲葉編(2020、第6章)、増田・今野(2010、第8章)のような日本語による解説も利用可能である。分析方法は大きく、(1)計算機によって複雑ネットワークを構成したシミュレーション分析、(2)ネットワーク構造を直接扱わず、未感染者の平均的な感染機会に着目する平均場理論 (mean field theory) による分析、に分かれる。

社会経済活動の制限はそれらから生まれる価値の消失がともなうものであり、対策にともなう費用が発生する。本稿の目的は、この費用を考慮に入れて感染症対策のあり方を論じることである。シミュレーション分析で複雑なネットワークを構築すると、考慮できる感染症対策が限定され、岩本(2021a)で展望された枠組みで感染症対策の規範分析をおこなうことは困難である。一方で、(複雑ネットワークには分類されない) 社会ネットワークによる感染を平均場理論によって扱いやすくする手法は Montalbán, Corder and Gomes (2022)、Novozhilov (2008)等により発展させられ、Aguas et al. (2020)、Dimarco et al. (2021)、Gomes et al. (2022)等によって新型コロナウイルス感染症に適用されているが、この手法によるモデルは岩本(2021)での多次元 SIR モデルの枠組みで理解すること可能である。本稿では、この種類のモデルに基づいて、社会ネットワークによる感染の対策の考え方を整理する。

この分野の研究では、感染機会の異質性を考慮すると、流行の収束が早くなることが知られている。これは、初期は感染しやすい個人が多く感染することで、平均的な感染速度が時間とともに低下するからである。感染症対策によっても感染速度は低下すると考えられるが、対策の強弱にかかわらず流行が下火になることが日本や外国のこれまでの経験で見られており、ある程度感染しやすい個人が感染すると流行が下火になる「局所的集団免

---

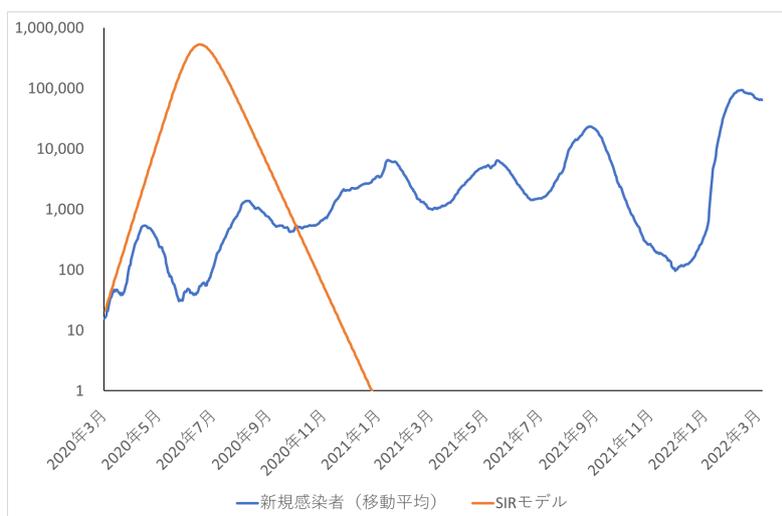
\* 2022 年 4 月 3 日。

本稿は、岩本(2021a)の補遺として、局所的集団免疫に関する課題を解説したものである。岩本(2021a)に現れる記号は、とくに断りなく使用する。本稿の作成に当たっては、JSPS 科学研究費補助金 (基盤研究 C) 21K01522 の助成を受けた。

<sup>1</sup> Anderson et al. (1986)は、モデルを定式化したものの分析にはいたらなかった。

疫」が生じていると考えられている。図 1 のように、日本での実績は、同質的な個人から構成される SIR モデルの予測値よりも早く流行が下火になっている。本稿で説明するモデルは、この局所的集団免疫効果を比較的簡単に表現することができ、分析の主目的がネットワークとは別にある研究（例えば、感染症の経済への影響を考慮したモデル分析）に実際の流行の現実性をもたせる際にも有用である。

図 1 新規感染者の推移



(注) 横軸は日付、縦軸は人 (常用対数)。青は NHK 調べの新規陽性者の 7 日間移動平均。オレンジは同質的 SIR モデルによる予測値。基本再生産数は 1.7 (「新型コロナウイルス感染症の流行シナリオ (2 月 29 日時点)」(新型コロナウイルス感染症対策専門家会議資料、2020 年 3 月 2 日) による)、平均世代期間は 6 日。初期値 (累積陽性者が 100 人を越えた 2020 年 2 月 21 日) の感染者数を人口 (125,988,000 人、2020 年 1 月 1 日現在推計人口) の  $10^{-6}$  とする。4 節のシミュレーションの必要上、回復者・死亡者の初期値は感染者の初期値と同数とする。

本稿の構成は、以下の通りである。2 節では、社会ネットワークから感染が生じるモデル (「ネットワーク SIR モデル」と呼ぶ) を構成する。3 節では、ネットワーク SIR モデルでの望ましい感染症対策のあり方を議論する。4 節では、局所的集団免疫効果を岩本 (2022) によるファクター X の定式化で表現し、これに関係するパラメータを推定した研究を概観する。5 節では、本稿の結論が要約される。

## 2. ネットワーク SIR モデル

### 2.1 新規感染の発生

経済には、未感染者（感受性人口） $S$ 、感染者（感染性人口） $I$ 、感染症からの回復者・死亡者 $R$ がいる。個人は社会経済「活動量」が異なり、自然数である活動量 $i$ によって分類されると考える<sup>2</sup>。グラフ理論によって社会ネットワークを、個人を頂点（vertex、あるいは node）とし、点と点を結ぶ線を辺（edge、あるいは link）として表現すると、活動量は頂点から出た辺の本数（次数、degree）に対応している。

人口の流入はないものとし、各活動量の未感染者、感染者、回復者・死亡者の合計は感染前経済の人口 $N_i$ で一定として、

$$S_i(t) + I_i(t) + R_i(t) = N_i \quad (1)$$

となる。全体の人口は

$$\sum_i S_i(t) + \sum_i I_i(t) + \sum_i R_i(t) = 1$$

のように基準化する。それぞれの活動量の人口の動学は、SIR モデルによって

$$\dot{S}_i(t) = -New_i(t) \quad (2)$$

$$\dot{I}_i(t) = New_i(t) - \gamma I_i(t) \quad (3)$$

$$\dot{R}_i(t) = \gamma I_i(t) \quad (4)$$

と表される。 $New_i$ は集団 $i$ の新規感染者、 $\gamma$ は全人口で共通の平均世代期間である。

岩本(2021a、[34]式)では、多次元 SIR モデルとして、集団 $i$ の未感染者の集団 $j$ からの新規感染者を、

$$New_{ij}(t) = S_i(t)C_{ij}(t)p_{ij}(t)\frac{I_j(t)}{N_j(t)} \quad (5)$$

と表した。ここで、 $C_{ij}$ は集団 $i$ の1人が集団 $j$ の個人と接触する回数（接触率、contact rate）、 $p_{ij}$ は接触者のうちの感染者の割合（二次感染率、secondary attack rate）、 $N_j$ は集団 $j$ の人口（死亡者除く）である。新規感染者の発生については、全体のネットワークを扱うのではなく、個人に対する平均的な影響に着目する平均場理論（mean field theory）によって考える。

感染前経済での集団 $i$ と集団 $j$ との接触総数を $N_iC_{ij}$ とすると、集団 $i$ の接触総数は、

$$iN_i = \sum_j N_iC_{ij}$$

であり、

---

<sup>2</sup> 活動量が連続変数であり、正の実数で表されるとする研究も多い。分析には本質的な差異は生じない。

$$i = \sum_j C_{ij}$$

となる。特定の集団と接触しやすい傾向がないと考えて、集団*j*との接触は全体の接触数のうちの集団*j*の接触数の割合に応じて決まるとすると、接触率は、

$$C_{ij} = i \frac{jN_j}{\sum_j jN_j} \quad (6)$$

となる。人口当たり死亡率が集団で異なると、接触率は時間を通して変化することになるが、モデルでの扱いは難しくなる。ここでは、人口変化の影響は小さく、感染前経済の接触率が維持されると便宜上、仮定する。感染症が流行し、また、集団*j*との接触で感染者と接触する割合は、

$$\frac{(j-1)I_j(t)}{jN_j(t)} \quad (7)$$

となると考えられる<sup>3</sup>。ここでも人口変化の取り扱いが難しく、(7)式は、分母の人口を感染前人口に置き換えた、

$$\frac{(j-1)I_j(t)}{jN_j} \quad (8)$$

で近似できると便宜上、仮定する。感染者の接触の1つは他の感染者から感染した経路なので、これを除外してある。二次感染率はどの接触でも一定で*p*と仮定すると、(6)式と(8)式を(5)式に代入して変形すると、新規感染者は、

$$New_{ij}(t) = S_i(t) i \frac{jN_j}{\sum_j jN_j} p \frac{(j-1)I_j(t)}{jN_j} = \frac{p}{\sum_j jN_j} i(j-1)S_i(t)I_j = \beta_0 i(j-1)S_i(t)I_j \quad (9)$$

となる。ここで、

$$\beta_0 \equiv \frac{p}{\sum_j jN_j}$$

である。

(9)式を集団*j*について合計すると、集団の新規感染者は、

$$New_i(t) \equiv \sum_j New_{ij}(t) = \beta_0 i S_i(t) \sum_j (j-1)I_j(t) \quad (10)$$

となる。(10)式から、未感染者が感染する確率*New<sub>i</sub>/S*（感染力、force of infection）は活動量に比例することがわかる。同時に、同質的な SIR モデルとは違って、感染者の人口に

---

<sup>3</sup> 社会ネットワークでは、似通った集団での接触が多くなること (assortative mixing) が考えられる。その場合は、集団*i*の接触総数のうちの集団*j*との接触の割合がかならずしも集団*j*の接触数*jN<sub>j</sub>*には比例しない。集団*i*の接触総数のうちの集団*j*との接触数を*jN<sub>ji</sub>*とすると、

$$C_{ij} = i \frac{jN_{ji}}{\sum_j jN_{ji}}$$

となると考えて、モデルを構成することができる。

比例するのではなく、感染者全体の活動量に比例する。

## 2.2 集計量の動学

(10)式を集団*i*について合計すると、全体の新規感染者は、

$$New(t) \equiv \sum_i New_i(t) = \sum_i \beta_0 i S_i(t) \sum_j (j-1) I_j(t) = \beta_0 \left( \sum_i i S_i(t) \right) \left( \sum_j (j-1) I_j(t) \right) \quad (11)$$

となる。(1)式を用いて(11)式から未感染者を消去すると、新規感染者は各集団の感染者と回復者・死亡者の関数として $New(\mathbf{I}, \mathbf{R})$ と表すことができる。ここで、 $\mathbf{I}$ と $\mathbf{R}$ は、各集団の感染者と回復者・死亡者をベクトルで表示したものである。

また、各時点での未感染者、感染者、回復者・死亡者は、

$$S(t) \equiv \sum_i S_i(t)$$

$$I(t) \equiv \sum_i I_i(t)$$

$$R(t) \equiv \sum_i R_i(t)$$

と定義し、(2)式、(3)式、(4)式を集団*i*について合計し、(11)式を利用することで、ネットワーク SIR モデルの動学は、

$$\dot{S}(t) = -New(\mathbf{I}(t), \mathbf{R}(t)) \quad (12)$$

$$\dot{I}(t) = New(\mathbf{I}(t), \mathbf{R}(t)) - \gamma I(t) \quad (13)$$

$$\dot{R}(t) = \gamma I(t) \quad (14)$$

と表される。

集団*i*の人口を $N_i$ とすると、新規死亡者（人口の減少）は、

$$-\dot{N}_i(t) = \phi_i(I(t)) \gamma I_i(t) \quad (15)$$

と表される。医療資源制約が致死率に影響を与える可能性を考慮し、(15)式は、致死率が感染者総数に依存するように定式化している。全体の新規死亡者は、(15)式を合計して、

$$-\dot{N}(t) = \sum_i \phi_i(I(t)) \gamma I_i(t) \quad (16)$$

で表される。

## 2.3 ファクターXとしての感染症対策

感染症対策として、ここではすべての個人の活動量を一律に比例的に抑制する対策を考える。減少率を $x$ とすると、新規感染者を示す(11)式は、

$$\begin{aligned}
New(t) &= \beta_0 \left( \sum_i (1-x(t)) i S_i(t) \right) \left( \sum_j (1-x(t)) (j-1) I_j(t) \right) \\
&= \beta_0 (1-x(t))^2 \left( \sum_i i S_i(t) \right) \left( \sum_j (j-1) I_j(t) \right) \tag{17}
\end{aligned}$$

に変形される。感染症対策の効果指標を

$$X_2(t) \equiv (1-x(t))^2$$

と定義すると、(17)式は、

$$New(t) = X_2(t) \beta_0 \left( \sum_i i S_i(t) \right) \left( \sum_j (j-1) I_j(t) \right)$$

と変形され、感染症対策は新規感染者を減少させるファクターXとして表現される。次節では、集団ごとに活動制限を違える対策を考えるが、その場合には一律活動制限のように、対策の指標とファクターXを直接的な関係で示すことができない。そのため、対策のない場合の(11)式の新規感染者と対策の結果として生じる新規感染者を比較して、 $X_2$ を定義することになる。

### 3. 感染症対策

#### 3.1 異質性の考慮

同質的な個人を想定しているときは、代表的個人の経済厚生をもとに社会的厚生関数を設定することが自然である。ただし、感染や感染症対策により所得への影響が個人間で異なる場合には、それを平準化する所得再分配政策がとられていることが、暗黙の前提条件になる。

2 節のモデルで導入した活動量の違いが個人の効用関数の違いから生じているとしたら、代表的個人の設定は困難になる。しかし、現実妥当性をもつ活動量と紅葉の関係を定式化することも困難である。ここでは、活動量の違いと個人の効用関数の形状は無関係と想定する<sup>4</sup>。

集団の個人の期待効用は、岩本(2021a、[13]式)と同様の手順で、

$$\begin{aligned} V_i(0) &= \int_0^{\infty} \hat{F}(t) \left[ \int_0^t e^{-\rho s} N_i(s) u(Y_i(s)) ds + \int_t^{\infty} e^{-\rho s} N_i(t) u(\bar{Y}) ds \right] dt \\ &= V_i - \int_0^{\infty} e^{-(\rho+\nu)t} N_i(t) [u(\bar{Y}_i) - u(Y_i(t))] dt \\ &\quad - \int_0^{\infty} \left[ e^{-(\rho+\nu)t} (-\dot{N}_i(t)) \int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)} u(\bar{Y}_i) ds \right] dt \end{aligned} \quad (18)$$

と求められる。ここで、 $t$ 時点までにワクチンが開発されている確率は、

$$F(t) = 1 - e^{-\nu t} \quad (19)$$

としている。(19)式を時間微分したものと(15)式を(18)式に代入して整理すると、

$$V_i - V_i(0) = \int_0^{\infty} e^{-(\rho+\nu)t} \{ N_i(t) [u(\bar{Y}_i) - u(Y_i)] + \phi_i(I(t)) \gamma I_i(t) \lambda_{N,i} \} dt \quad (20)$$

となる。ここで、感染前経済での $t$ 時点以降の効用を

$$\lambda_{N,i} \equiv \int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)} u(\bar{Y}_i) ds \quad (21)$$

と定義している。これを所得の限界効用で除すると統計的生命価値 (value of a statistical life) となるが、(21)式に基づくと、所得の違いによって統計的生命価値が違うことになる。統計的生命価値の実際の運用では、所得の違いを問わない平均所得を用いており、本稿のモデルでも社会厚生関数を考える際には、感染前経済の平均所得からの効用に基づき、統計的生命価値を、

$$VSL \equiv \frac{\int_t^{\infty} e^{-\rho(s-t)} u(\bar{Y}) ds}{u'(\bar{Y})} \quad (22)$$

と定義する。ここで、感染前経済の平均所得 (1 人当たり潜在 GDP) を、

<sup>4</sup> 感染機会の高い活動と所得水準は相関するかもしれないので、次節で議論する。

$$\bar{Y} \equiv \sum_i \bar{Y}_i N_i$$

と定義している。

1人当たり潜在 GDP 水準で個人の効用をテーラー展開すると、

$$u(\bar{Y}_i) \approx u(\bar{Y}) + u'(\bar{Y})(\bar{Y}_i - \bar{Y}) \quad (23)$$

となる。また、感染症発生後の個人の効用を、1人当たり潜在 GDP 水準でテーラー展開すると、

$$u(Y_i(t)) \approx u(\bar{Y}) + u'(\bar{Y})(Y_i(t) - \bar{Y}) \quad (24)$$

となる。

(23)式と (24) 式の差をとると、感染前経済からの効用の低下は、

$$u(\bar{Y}_i) - u(Y_i(t)) \approx u'(\bar{Y})(\bar{Y}_i - Y_i(t))$$

と表され、 $t$ 時点の貨幣価値化された厚生損失は、

$$\frac{u(\bar{Y}_i) - u(Y_i(t))}{u'(\bar{Y})} \approx \bar{Y} - Y_i(t) \quad (25)$$

となり、所得損失として表される。個人の効用をその個人の潜在 GDP 水準で線形近似した場合に比較して、2つの線形近似の差から貨幣価値化された厚生損失を導いているため、近似誤差は大きくなっている。その意味で、所得の異質性から生じる問題を無視することの誤差が生じているといえる。通時的な厚生損失は、(20)式を所得の限界効用で除して、(25)式を代入し、統計的生命価値として(22)式を用いることで、

$$\frac{V_i - V_i(0)}{u'(\bar{Y})} \approx \int_0^{\infty} e^{-(\rho+\nu)t} \{N_i(t)(\bar{Y} - Y_i(t)) + \phi_i(I(t))\gamma I_i(t)VSL\} dt$$

と表すことができる。

### 3.2 選択的活動制限

集団ごとに活動制限を課し、活動量を $z_i$ だけ抑制する感染症対策を考えると、新規感染者は(11)式から、

$$New(t) = \beta_0 \left( \sum_i (i - z_i(t)) S_i(t) \right) \left( \sum_j (j - 1 - z_j(t)) I_j(t) \right)$$

に変形される。活動制限の費用は、制限された活動量に関する所得が失われることとなることである。ここで、感染前経済の所得からの減少率を $y_i$ とし、これが活動抑制量の増加関数であるとする、各集団の個人の所得は、

$$Y_i(x_i) = (1 - y_i(z_i)) \bar{Y}_i$$

と表される。

岩本(2021a)での多次元 SIR モデルでの最適化問題と同様に、(3)式、(4)式、(15)式を制約とし、貨幣価値化された厚生損失を最小化する問題

$$\min_{z_i(t)} \int_0^{\infty} e^{-(\rho+\nu)t} \left[ \sum_i N_i(t) y_i(z_i(t)) \bar{Y}_i + \sum_i \phi_i(I(t)) \gamma I_i(t) VSL \right] dt$$

を考えることができる。これは、岩本(2021a, [39]式)と個人の所得の違いを考慮した以外の構造は同じである。本稿では、感染症対策を活動の減少量として定式化しているため、政策変数を所得減少率ではなく、活動減少量としている。

この問題のハミルトン関数は、

$$\begin{aligned} H^*(t) &= e^{-(\rho+\nu)t} H(t) \\ &= e^{-(\rho+\nu)t} \left\{ \sum_i N_i(t) y_i(z_i(t)) \bar{Y}_i + \sum_i \phi_i(I(t)) \gamma I_i(t) VSL \right. \\ &\quad + \sum_i \lambda_{I,i}(t) [New_i(-\mathbf{z}(t), \mathbf{I}(t), \mathbf{R}(t)) - \gamma I_i(t)] + \sum_i \lambda_{R,i}(t) \gamma I_i(t) \\ &\quad \left. + \sum_i \lambda_{N,i}(t) [-\phi_i(I(t)) \gamma I_i(t)] \right\} \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\mathbf{z}$  は活動減少量のベクトルである。活動減少量が内点解である場合は、望ましい活動制限の条件は、

$$\sum_i \lambda_{I,i}(t) \frac{\partial New_i(t)}{\partial (-z_i(t))} = \frac{dy_i}{dz_i} N_i(t) \bar{Y}_i \quad (26)$$

によって与えられる。

新型コロナウイルス感染症の致死率は年齢によって大きな開きがあり、年齢階層別の集団を構成した場合には、致死率の違いは重要である。しかし、活動量と致死率の関係はあまり意識されることはなく、知見がない。そこで、致死率が活動量と無関係だと想定すると、最小化問題は、(13)式、(14)式、(16)式を制約として、

$$\min_{x_i(t)} \int_0^{\infty} e^{-(\rho+\nu)t} \left[ \sum_i N_i(t) y_i(z_i(t)) \bar{Y}_i + \phi(I(t)) \gamma I(t) VSL \right] dt$$

となり、集計量の動学で考えることができる。

この問題のハミルトン関数は、

$$\begin{aligned} H^*(t) &= e^{-(\rho+\nu)t} H(t) \\ &= e^{-(\rho+\nu)t} \left\{ \sum_i N_i(t) y_i(z_i(t)) \bar{Y}_i + \phi(I(t)) \gamma I(t) VSL \right. \\ &\quad \left. + \lambda_I(t) [New(-\mathbf{z}(t), \mathbf{I}(t), \mathbf{R}(t)) - \gamma I(t)] + \lambda_R(t) \gamma I(t) + \lambda_N(t) [-\phi(I(t)) \gamma I(t)] \right\} \end{aligned}$$

となり、(26)式での各個人のラグランジュ乗数は等しくなる形で、望ましい活動制限の条件が、

$$\frac{\partial New(t)/\partial (-z_i(t))}{d(y_i N_i(t) \bar{Y}_i)/dz_i} = \lambda_I(t) \quad (27)$$

として得られる。(27)式の左辺の分子は各個人について活動を制限することによる新規感

染者の減少効果であり、分母は活動制限の限界費用である。つまり、左辺は活動制限の増分費用効果比（ICER、incremental cost-effectiveness ratio）であり、これが各個人について等しくなるように活動制限を設定することが望ましいことを示している。

### 3.3 増分費用効果比から見た対策の選択

活動量の高い未感染者は、感染確率が高いという意味でハイリスク集団である。しかし、(27)式はただちに、ハイリスク集団の行動を制限すべきであることを意味しておらず、活動制限の費用を同時に勘案すべきであることを示唆している。削減率が大きくなる対象は、より低い費用で同じ感染予防効果をあげられる個人、あるいは同じ費用でより高い感染予防効果をあげられる個人になる。

ハイリスク集団の行動を制限すべきという議論では、個人の活動を制限する費用が無視できるほど小さいか、あるいは個人間で（大きく）変わらないと暗黙に想定していると考えられる。例えば、外出自粛の要請では、行政の事務費用は人数に比例するとしても、個人間で変わらない、という想定である。このとき、(27)式左辺の分母の費用の個人差は無視することができて、分子の感染確率への影響の個人差を見て、どの集団の活動を抑制すればよいかを考えればよい。

しかし、外出しての社会経済活動が生み出す付加価値が個人間で異なるならば、この議論はかならずしも成立しない。活動的な個人が生み出す付加価値が大きければ、活動を制限する費用が大きくなり、その個人の活動を制限することがかならずしも望ましいとは言えなくなってくる。事業者への営業制限も同様に考えられ、ただ事業にともなう感染リスクのみで、どの事業者の営業を制限すべきかを定めることはできない。

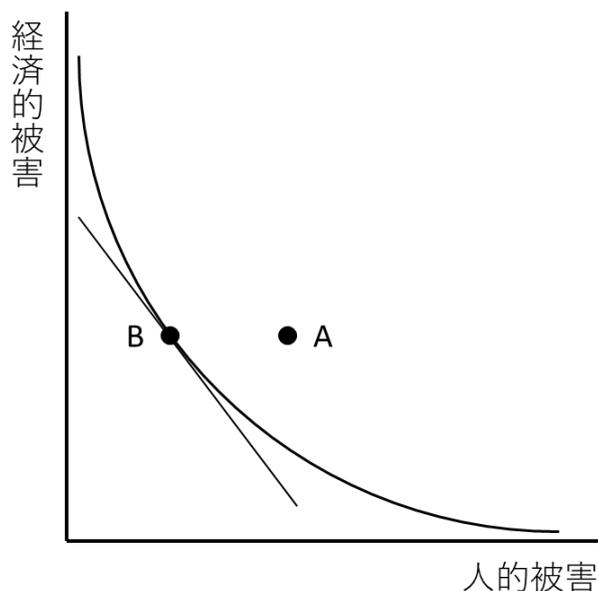
職場での活動を「タスク」とみなして考えると、 $d(y\bar{Y})/dz$ はタスクの限界生産性を表すと解釈できる。限界生産性はただちには観察できないが、タスク間の限界生産性の違いが平均生産性にも反映されて、限界生産性の高いタスクが平均生産性の高いタスクだと考えると、平均生産性（接触当たり付加価値）が低いタスクをより多く減少させることが望ましいことが予想される。接触回数と労働時間が正に相関するならば、労働生産性が低いタスクをより多く減少させることが望ましいことが予想される。岩本(2022a)では、「接触型タスク」と生産性が負の相関があると考えると、現実には生じている新型コロナウイルス感染症の影響を説明できるとしており、本節の議論はその理論的根拠を説明するものである。

### 3.4 動学的最適化と静学的最適化

(27)式は、最適な対策を、選択的活動制限のある時点の（静学的）最適化と新規感染者の集計量の動学的最適化に切り分けて考えられることを示唆している。図 2 は、選択的活動制限で解くべき問題を示したものであり、横軸にある時点での人的被害（健康被害）、縦軸にその時点での経済的被害をとっている。曲線は、同じ人的被害のもとで最も経済的被害の少ない対策（これは、同じ経済的被害のもとで最も人的被害の小さい対策でもある）

の帰結を表している。経済学では、「効率性フロンティア」(efficiency frontier) と呼ばれる。フロンティア上にある対策では、そこから人的被害を小さくすることを目指せば経済的被害が大きくなってしまふ、あるいはそこから経済的被害を小さくすることを目指せば人的被害が大きくなってしまふ、という意味で、健康と経済のトレードオフが存在している。

図2 選択的活動制限でのトレードオフ



ある活動制限の帰結がフロンティアの内側での図の A 点であるとする、人的被害と経済的被害のどちらか、あるいは両方を軽減することができる。(27)式は、そのためにどのように活動を変化させればよいかを示すものである。フロンティア上のどこが選択されるかは $\lambda_t$ が規定しており、B点を選択された場合、そこでのフロンティアの接線の傾きが $\lambda_t$ に対応する。このように、フロンティアの内側ではなく、フロンティア上を選択するという静学的問題と、フロンティア上のどこを選択するかという集計量の動学的問題を仕分けして考えることができる。

## 4. ファクターXとしての局所的集団免疫効果

### 4.1 集団免疫閾値と流行最終規模の推計

同質的 SIR モデルとネットワーク SIR モデルを用いた流行最終規模と集団免疫閾値の推計結果を概観しよう（表1）。

新型インフルエンザについては、Ferguson et al. (2006)は、基本再生産数を 1.7 として、流行最終規模を米国で 55%、英国で 68%と推計している。同質的 SIR モデルでは 69%となるので、米国では接触構造を加えることで低めの推計値を得ている。

なお、各国が新型インフルエンザ対策で流行シナリオを設定しているが、国際保健機関（WHO）の「Pandemic Influenza Risk Management Guidance」<sup>5</sup>（2017年、p.50）では、基本再生産数を 1.5 から 2.0 として人口の 25%から 45%が発症する想定を例示している。日本の「新型インフルエンザ等対策政府行動計画」のシナリオは、1993 年の The 7th European meeting of Influenza and its Prevention での勧告（Aymard et al. 1994）にしたがい、人口の 25%が発症するとしている。

新型コロナウイルス感染症については、Ferguson et al. (2006)のモデルの延長線上にある Ferguson et al. (2020)は、基本再生産数 2.4 として、米国と英国で 81%が感染すると推計している。同質的な SIR モデルでは 88%が感染するので、若干低めの推計値となっている。

Aguas et al. (2020)、Gomes et al. (2022)は、ネットワークモデルに基づき、実際の流行曲線からネットワークモデルのパラメータと集団免疫閾値を推計している。Gomes et al. (2022、Fig 4)は、基本再生産数はイングランドで 2.8、スコットランドで 3 と推定し、集団免疫閾値はイングランドで 25.48%（24.61–25.89%）、スコットランドで 26.75%（25.81–27.52%）と推定している。Aguas et al. (2020)は、スペインについて、基本再生産数を 3.6、集団免疫閾値を 19%（13–36%）と推定している。ポルトガルの流行曲線にも当てはめているが、信用区間が非常に大きくなっており、早期の公衆衛生的介入によって感染速度が低下したことからモデルの当てはめが難しくなった可能性を示唆している。その他、数値を明示的に言及していないが、シミュレーション結果を図示したものとして、Dimarco et al. (2021、Fig 1)、Kawagoe et al. (2021、FIG2)がある。

なお、ネットワークモデルではない研究では、Britton, Ball and Trapman (2020)は、3段階の活動量（人口の 50%が標準的な活動量で、25%が標準の半分、25%が標準の倍）を設定して、基本再生産数を 2.5 とし、集団免疫閾値は同質的 SIR モデルの 60%から 46.3%になると計算している。

表1 集団免疫閾値と流行最終規模

---

<sup>5</sup> <https://apps.who.int/iris/handle/10665/259893>

	対象	基本再生産数	集団免疫閾値 ／流行最終規模	同質的 SIR モデルの予測値
	(新型インフルエンザ：流行最終規模)			
Ferguson et al.	英国	1.7	68%	69%
	米国	1.7	55%	69%
WHO		1.5-2.0	25-40%	58-80%
新型インフルエンザ等対策 政府行動計画	日本		25%	
	(新型コロナウイルス感染症：流行最終規模)			
Ferguson et al.	英国、米国	2.4	81%	88%
	(ネットワークモデル：集団免疫閾値)			
Aguas et al.	スペイン	3.6	19% (13-16%)	72%
	ポルトガル	2.7	13% (3-69%)	63%
Gomes et al.	イングランド	2.8	25.5% (24.6-25.9%)	64%
	スコットランド	3	26.8% (25.8-27.5%)	67%

(注) 集団免疫閾値の括弧内の数値は 95%信用区間。同質的 SIR モデルの予測値は、基本再生産数の設定から筆者が計算。

#### 4.2 新規感染への影響

局所的集団免疫効果をファクターX として表現するために、未感染者と感染者の平均活動量を、

$$X_S(t) \equiv \frac{1}{S(t)} \sum_i i S_i(t) \quad (28)$$

$$X_I(t) \equiv \frac{1}{I(t)} \sum_j j I_j(t) \quad (29)$$

と定義する。(29)式より、

$$\sum_j (j-1)I_j(t) = X_I(t)I(t) - \sum_j I_j(t) = X_I(t)I(t) - I(t) = (X_I(t) - 1)I(t) \quad (30)$$

であることから、(28)式と(29)式を(11)式に代入すると、

$$New(t) = \beta_0 X_2(t) X_S(t) S(t) (X_I(t) - 1) I(t) \quad (31)$$

が得られる。

$$\beta(t) \equiv \beta_0 X_S(t) (X_I(t) - 1) X_2(t) \quad (32)$$

と定義して、(31)式に代入すると、新規感染者の発生は、

$$New(t) = \beta(t) S(t) I(t) \quad (33)$$

と書くことができる。岩本(2022b)で定式化された感染率 $\beta$ を時間的に変化させるファクター $X$ が、このモデルでは社会ネットワークの特性によって表現されている。

ファクター $X$ を構成する未感染者、感染者の平均活動量の動学は、

$$\dot{X}_S(t) = -\beta(t) CV(t)^2 X_S(t) I(t) \quad (34)$$

$$\dot{X}_I(t) = \beta(t) [CV(t)^2 X_S(t) + (X_S(t) - X_I(t))] S(t) \quad (35)$$

と表される。ここで $CV^2$ は、未感染者の分布の変動係数の自乗であり、

$$CV(t)^2 \equiv \frac{(X^2)_S(t) - (X_S(t))^2}{(X_S(t))^2} \quad (36)$$

$$(X^2)_S(t) \equiv \frac{1}{S(t)} \sum_i i^2 S_i(t) \quad (37)$$

で定義される。(34)式と(35)式の導出は、4.4節にまとめてある。Novozhilov (2008)が示したように、活動量が連続変数で未感染者の初期分布がガンマ分布であると、その後の分布もガンマ分布であり、変動係数は一定である。また、Dimarco et al. (2021)は、新規感染の発生に攪乱項を加えて、一般化ガンマ分布で近似する方法で動学を分析し、結果として、ここでの変動係数が一定の場合と同じ動学式を得ている。

当然のことではあるが、すべての個人が同質的（同じ活動量）であれば、未感染者、感染者、回復者・死亡者の平均活動量に変化はない。(34)式と(35)式では、未感染者では分散がゼロ、感染者と回復者・死亡者の平均活動量に差がない、ことで変化がないことを示している。

#### 4.3 シミュレーション

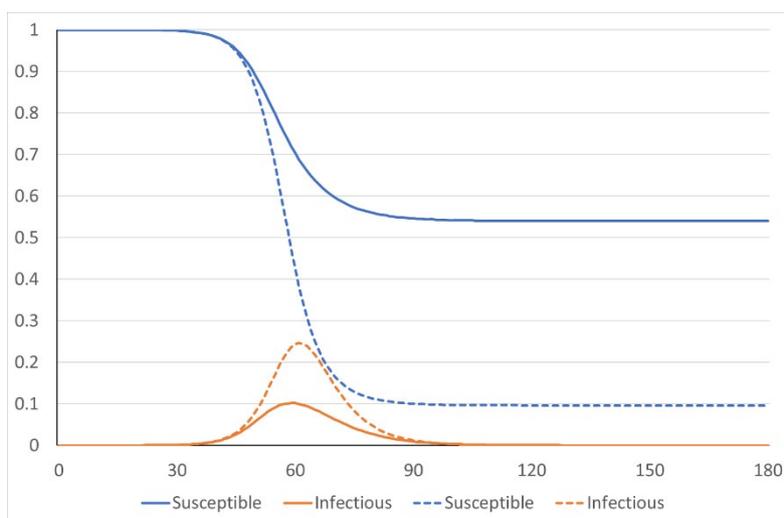
(12)式、(13)式、(32)式、(33)式、(34)式、(35)式に基づくシミュレーションによって、ファクター $X$ が時間的に減少して、同質的モデルよりも早く集団免疫が達成されることを見る。何も対策をとらない場合の被害想定を作成する用途を想定して、 $X_2 = 1$ とする。同質的 SIR モデルでの基本再生産数を 2.5、平均世代期間を 6 日と設定し、初期の感染者は、新型コロナウイルス感染症対策専門家会議が「これから 1～2 週間が瀬戸際」とする見解を発表した 2 月 24 日、政府がイベント等の自粛を要請した 2 月 26 日頃の実績値に近い  $10^{-6}$ とした (岩本 2021b)。変動係数の自乗 $CV^2$ は、1 と 2 を用いる (付録では、変動係数の自乗を推定した研究を展望している)。

図 3 (A) は、 $CV^2 = 1$  (指数分布) のときのネットワークモデルと同質的モデルの未感

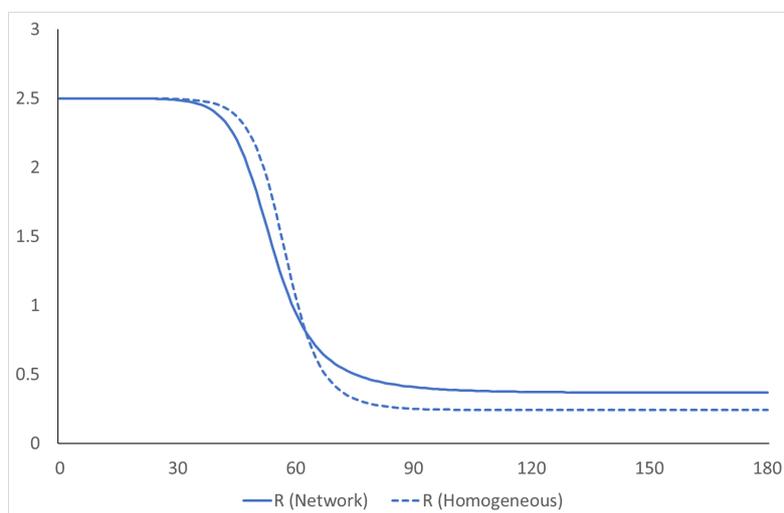
染者と感染者の推移を示したものである<sup>6</sup>。2つのモデルで感染者が増加する最初の時期は似通っているが、ネットワークモデルはやがて成長が鈍化して、低い水準でピークを迎える。最終的な感染者数は、同質的モデルでは89%となるが、ネットワークモデルでは46%にとどまる。集団免疫閾値は同質的モデルの60%から、ネットワークモデルでは28%へと半減する。

図3 未感染者数、感染者数、実効再生産数の推移 ( $CV^2 = 1$ )

(A)



(B)



(注) (A) 横軸は日、縦軸は人口 (総人口を 1 に基準化)、実線はネットワークモデル、点線は同質的モデル、青は未感染者、オレンジは感染者を示す。(B) 横軸は日、縦軸は実効再生産数、実線はネットワークモデル、点線は同質的モデルを示す。

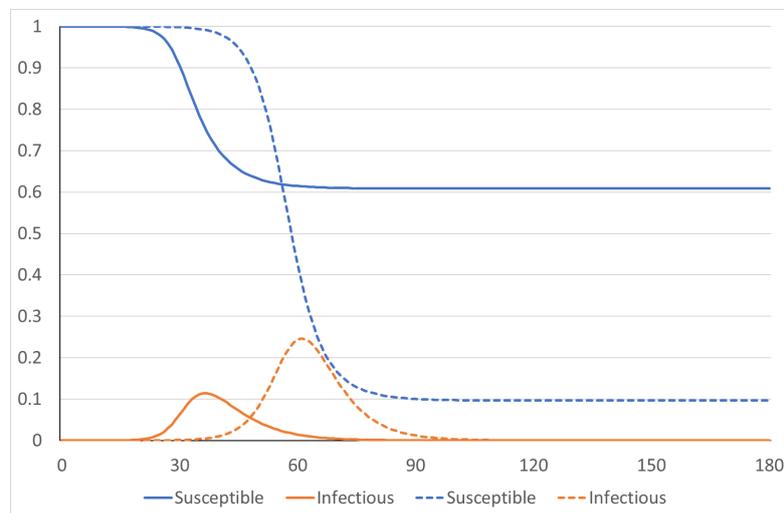
<sup>6</sup> 指数分布に基づくシミュレーションは、Dimarco et al. (2021)に見られる。

図3 (B) は、ネットワークモデルと同質的モデルの実効再生産数の推移を示したものであるが、両者の動きはかなり重なっている。しかし、実効再生産数の低下の原因を考えると、同質的モデルでは未感染者の減少によるものであるが、ネットワークモデルでは社会ネットワークの構造によって流行が鈍化するものであり、両者の原因は異なっている。

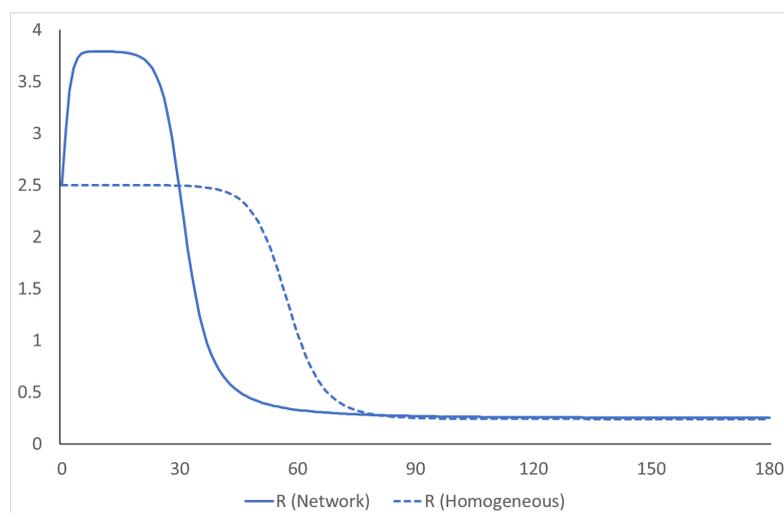
図4 (A) は、 $CV^2 = 2$ のときの同質的モデルとネットワークモデルの未感染者と感染者の推移を示したものである。ネットワークモデルでは、流行の立ち上がりが早まるが、すぐにピークを迎え、流行最終規模は39%にとどまる。集団免疫閾値は24%となる。

図4 未感染者数、感染者数、実効再生産数の推移 ( $CV^2 = 2$ )

(A)



(B)



(注) (A) 横軸は日、縦軸は人口（総人口を1に基準化）、実線はネットワークモデル、点線は同質的モデル、青は未感染者、オレンジは感染者を示す。(B) 横軸は日、縦軸は実

効再生産数、実線はネットワークモデル、点線は同質的モデルを示す。

図4 (B) は、ネットワークモデルでは実効再生産数は当初の 2.5 から高まり、その後急速に低下する。指数分布よりも高い変動係数を持つ場合には、このような一時的な高まりが見られることが特徴である（逆に、指数分布よりも低い変動係数の場合は、実効再生産数は初期に急に低下して、その後いったん横ばいになった後、また低下していく。Dimarco et al. (2021)は、ファクターXの構成要素について、このような推移を示している。

#### 4.4 平均活動量の動学の計算

未感染者の動学は、(2)式に(10)式を代入して、(30)式を利用すると、

$$\dot{S}_i(t) = -\beta_0 i S_i(t) (X_I(t) - 1) I(t) \quad (38)$$

となり、未感染者全体の動学は、(12)式に(31)式を代入して、

$$\dot{S}(t) = -\beta_0 X_S(t) (X_I(t) - 1) I(t) \quad (39)$$

となる。未感染者の平均活動量の動学式(34)は、(32)式、(36)式、(37)式、(38)式、(39)式を利用して、

$$\begin{aligned} \dot{X}_S(t) &= \sum_i i \left( \frac{\dot{S}_i(t)}{S(t)} - \frac{S_i(t) \dot{S}(t)}{S(t)^2} \right) \\ &= - \sum_i \frac{i \beta_0 i S_i(t) (X_I(t) - 1) I(t)}{S(t)} + \sum_i i \frac{S_i(t)}{S(t)} \beta_0 X_S(t) (X_I(t) - 1) I(t) \\ &= -\beta_0 \left( \sum_i \frac{i^2 S_i(t)}{S(t)} \right) (X_I(t) - 1) I(t) + \beta_0 (X_S(t))^2 (X_I(t) - 1) I(t) \\ &= -\beta_0 X_S(t) (X_I(t) - 1) \frac{(X^2)_S(t) - (X_S(t))^2}{X_S(t)} I(t) = -\beta(t) CV(t)^2 X_S(t) I(t) \end{aligned}$$

と導かれる。

感染者の動学は、(3)式に(10)式を代入して、(30)式を利用すると、

$$\dot{I}_i(t) = \beta_0 i S_i(t) (X_I(t) - 1) I(t) - \gamma I_i(t) \quad (40)$$

となり、感染者全体の動学は、(13)式に(31)式を代入して、

$$\dot{I}(t) = \beta_0 X_S(t) S(t) (X_I(t) - 1) I(t) - \gamma I(t) \quad (41)$$

となる。感染者の平均活動量の動学式(35)は、(32)式、(36)式、(37)式、(40)式、(41)式を利用して、

$$\begin{aligned}
\dot{X}_I(t) &= \sum_i i \left( \frac{\dot{I}_i(t)}{I(t)} - \frac{I_i(t) \dot{I}(t)}{I(t) I(t)} \right) \\
&= \sum_i i \frac{\beta_0 i S_i(t) (X_I(t) - 1) I(t) - \gamma I_i(t)}{I(t)} \\
&\quad - \sum_i i \frac{I_i(t)}{I(t)} (\beta_0 X_S(t) S(t) (X_I(t) - 1) - \gamma) \\
&= \beta_0 (X^2)_S(t) S(t) (X_I(t) - 1) - \gamma X_I(t) - X_I(t) \beta_0 X_S(t) S(t) (X_I(t) - 1) + \gamma X_I(t) \\
&= \beta_0 [(X^2)_S(t) - X_S(t) X_I(t)] S(t) (X_I(t) - 1) \\
&= \beta_0 [(X^2)_S(t) - (X_S(t))^2 + (X_S(t))^2 - X_S(t) X_I(t)] S(t) (X_I(t) - 1) \\
&= \beta_0 X_S(t) (X_I(t) - 1) [CV(t)^2 X_S(t) + (X_S(t) - X_I(t))] S(t) \\
&= \beta(t) [CV(t)^2 X_S(t) + (X_S(t) - X_I(t))] S(t)
\end{aligned}$$

となる。

同様に回復者・死亡者の平均活動量の動学は、(4)式、(14)式を利用して、

$$\dot{X}_R(t) = \sum_i i \left( \frac{\dot{R}_i(t)}{R(t)} - \frac{R_i(t) \dot{R}(t)}{R(t) R(t)} \right) = \sum_i i \frac{\gamma I_i(t) I(t)}{I(t) R(t)} - \sum_i i \frac{R_i(t) \gamma I(t)}{R(t) R(t)} = (X_I(t) - X_R(t)) \frac{\gamma I(t)}{R(t)}$$

となる。

## 5. 結論

本稿で考察したモデルでは、個人レベルで見た感染力が未感染者の社会経済活動量に比例し、かつ感染者の社会経済活動量の平均に比例する、という関係が想定されている。このことから、感染症対策では、個人の異質性に応じて活動制限を違える選択的活動制限をとる価値が生じる。疫学モデルで社会経済活動が生む価値を考慮しないと、活動制限の効果のみに着目した議論になってしまうが、社会経済活動を制限する費用を考慮して、様々な手段の増分費用対効果比を比較して対策を講じることが望ましい。

SIR モデルが動学モデルであることから通時的最適化として感染症の流行全体のなかでのある時点での活動制限が規定されると同時に、多次元モデルであることから静学的最適化としてその時点での選択的活動制限が規定され、両者は統合的な枠組みに統一される。

職場での感染に着目すると、感染リスクと付加価値のタスク間の相関関係が重要である。感染リスクの高いタスクの付加価値が低いと、低所得者の従事する事業を大きく縮小させることが効率的となるので、別に所得再分配政策をとることによって、負担を全体で平準化することが政策上、重要である。

また、本稿で説明されたモデルは、社会ネットワークの構造から局所的集団免疫効果が生じる。モデルの数値計算では、未感染者のネットワークでの接触数の分布の変動係数が重要なパラメータとなる。初期分布がガンマ分布であると、以降の分布もガンマ分布となり、変動係数は一定になる。このような想定のもとでの集団免疫の達成を定量化しようとした研究では、集団免疫閾値（実効再生産数が 1 を切るときの累積感染者）が同質的 SIR モデルの予測の半分以下になる。

## 参考文献

- Anderson, R. M., et al. (1986), “A Preliminary Study of the Transmission Dynamics of the Human Immunodeficiency Virus (HIV), the Causative Agent of AIDS,” *Mathematical Medicine and Biology: A Journal of the IMA*, Vol. 3, Issue 4, October, pp. 229–263. <https://doi.org/10.1093/imammb/3.4.229>
- Aguas, Ricardo, et al. (2020), “Herd Immunity Thresholds for SARS-CoV-2 Estimated from Unfolding Epidemics,” medRxiv. <https://doi.org/10.1101/2020.07.23.20160762>
- Aymard, Michèle, et al. (1994), “Recommendations of the 7th European Meeting of Influenza and Its Prevention,” *European Journal of Epidemiology*, Vol. 10, Issue 4, August, pp. 525–526. <https://doi.org/10.1007/BF01719696>
- Britton, Tom, Frank Ball and Pieter Trapman (2020), “A Mathematical Model Reveals the Influence of Population Heterogeneity on Herd Immunity to SARS-CoV-2,” *Science*, Vol. 369, Issue 6505, August, pp. 846–849. <https://doi.org/10.1126/science.abc6810>
- Dimarco, G., et al. (2021), “Kinetic Models for Epidemic Dynamics with Social Heterogeneity,” *Journal of Mathematical Biology*, Vol.83, Issue 1, July, 4. <https://doi.org/10.1007/s00285-021-01630-1>
- Ferguson, Neil M., et al. (2006). “Strategies for Mitigating an Influenza Pandemic,” *Nature*, 442, pp. 448–452. <https://doi.org/10.1038/nature04795>
- Ferguson, Neil M., et al. (2020), “Impact of Non-pharmaceutical Interventions (NPIs) to Reduce COVID-19 Mortality and Healthcare Demand.” <https://www.imperial.ac.uk/media/imperial-college/medicine/mrc-gida/2020-03-16-COVID19-Report-9.pdf>
- Gomes, M. Gabriela M., et al. (2022), “Individual Variation in Susceptibility or Exposure to SARS-CoV-2 Lowers the Herd Immunity Threshold,” *Journal of Theoretical Biology*, Vol. 540, May, 111063. <https://doi.org/10.1016/j.jtbi.2022.111063>
- 稲葉寿(2020)『感染症の数理モデル 増補版』東京大学出版会。
- 岩本康志(2021a)「感染症対策の厚生経済学：解説」東京大学 CIRJE-J-299。 <http://www.cirje.e.u-tokyo.ac.jp/research/dp/2021/2021cj299ab.html>
- 岩本康志(2021b)「新型コロナウイルス感染症と経済学：付録 図8の設定」 [https://iwmtys.com/Docs/2021/ShingataKoronaUirusuKansenshotoKeizaigaku\\_Appendix.pdf](https://iwmtys.com/Docs/2021/ShingataKoronaUirusuKansenshotoKeizaigaku_Appendix.pdf)
- 岩本康志(2022a)「コロナ禍の経済的計測」東京大学 CARF-J-114。 <https://www.carf.e.u-tokyo.ac.jp/research/w6155/>
- 岩本康志(2022b)「新型コロナウイルス感染症と経済学」『医療経済研究』第33巻第2号、3月、109–133頁。 <https://doi.org/10.24742/jhep.2021.10>

- Kawagoe et al. (2021), “Epidemic Dynamics in Inhomogeneous Populations and the Role of Superspreaders,” *Physical Review Research*, Vol. 3, Issue 3, September, 033283.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevResearch.3.033283>
- 増田直紀・今野紀雄(2010)『複雑ネットワーク』近代科学社。
- May, R. M., and R. M. Anderson (1988), “The Transmission Dynamics of Human Immunodeficiency Virus (HIV),” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series B*, Vol. 321, No. 1207, October, pp. 565–607.  
<https://doi.org/10.1098/rstb.1988.0108>
- Montalbán, Antonio, Rodrigo M. Corder and M. Gabriela M. Gomes (2022), “Herd Immunity Under Individual Variation and Reinfection,” arXiv, 2008.00098.  
<https://doi.org/10.48550/arXiv.2008.00098>
- Novozhilov, Artem S. (2008), “On the Spread of Epidemics in a Closed Heterogeneous Population,” *Mathematical Biosciences*, Vol. 215, Issue 2, October, pp. 177–185.  
<https://doi.org/10.1016/j.mbs.2008.07.010>