財政学中間試験解答

平成 14 年 6 月 18 日

1　設問 1 から 4 まで (配点:各 2 点)

設問 1　4

設問 2　3

設問 3　2

設問 4　3

2　設問 5(配点：8 点)

2.1　設問 5.1(配点：4 点)

$$\max_{\{x_A, x_B, z\}} \quad z^2 x_A \tag{1}$$
$$s.t. \quad z{x_B}^2 = U_B \tag{2}$$
$$x_A + x_B + z = 60 \tag{3}$$
$$\tag{4}$$

ラグランジュ関数は、

$$\mathcal{L} = z^2 x_A + \lambda(U_B - z{x_B}^2) + \mu(60 - x_A - x_B - z) \tag{5}$$

である。一階の条件は、

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A} = z^2 - \mu = 0 \tag{6}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_B} = -2\lambda z x_B - \mu = 0 \tag{7}$$
$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 2z x_A - \lambda {x_B}^2 - \mu = 0 \tag{8}$$

であり、(6)、(7) 式より、それぞれ

$$z^2 = \mu \tag{9}$$

$$\lambda = -\frac{\mu}{2x_B z} \tag{10}$$

が得られる。(9) 式を (10) 式に代入すると、

$$\lambda = -\frac{z}{2x_B} \tag{11}$$

が得られる。(9) 式と (11) 式を (8) 式に代入すると、

$$2zx_A - {x_B}^2(-\frac{z}{2x_B}) - z^2 = 0 \tag{12}$$

となり、これを解くと

$$2zx_A + \frac{zx_B}{2} = z^2 \tag{13}$$

となる。(13) 式は、以下のように書き換えられる。

$$\frac{2x_A}{z} + \frac{x_B}{2z} = 1 \tag{14}$$

これは、各個人の私的財と公共財の限界代替率 (MRS) の和が限界変形率 (MRT) に等しいという、パレート効率的な資源配分を示すサミュエルソン条件を示す。

2.1.1　別解

効用関数より、個人 A と個人 B の公共財の私的財に対する限界代替率はそれぞれ

$$MRS_A = (\frac{\partial U_A/\partial z}{\partial U_A/\partial x_A}) = \frac{2zx_A}{z^2} = \frac{2x_A}{z} \tag{15}$$

$$MRS_B = (\frac{\partial U_B/\partial z}{\partial U_B/\partial x_B}) = \frac{{x_B}^2}{2zx_B} = \frac{x_B}{2z} \tag{16}$$

である。生産可能性フロンティアより、私的財の公共財に対する限界変形率は、MRT=1 である。従って、サミュエルソンの条件は、

$$\frac{2x_A}{z} + \frac{x_B}{2z} = 1 \tag{17}$$

となる。

この設問の採点方針は以下の通りです。まず、ラグランジュ関数を正しく示していれば 1 点、一階の条件を正しく求めていれば 1 点、その次の計算プロセスが正解であれば 1 点、サミュエルソン条件を示していれば 1 点という基準で採点しました。別解については、個人 A、個人 B の限界代替率、限界変形率がそれぞれ正しく示せていれば各 1 点、サミュエルソン条件が示せていれば 1 点という配点です。

2.2　設問 5.2(配点：4 点)

$$\max_{\{x_A, x_B, z\}} \quad z^3 x_A {x_B}^2 \tag{18}$$

$$s.t. \quad x_A + x_B + z = 60 \tag{19}$$

ラグランジュ関数は、

$$\mathcal{L} = z^3 x_A {x_B}^2 + \lambda(60 - x_A - x_B - z) \tag{20}$$

である。一階の条件は、

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_A} = z^3 {x_B}^2 - \lambda = 0 \tag{21}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_B} = 2z^3 x_A x_B - \lambda = 0 \tag{22}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial z} = 3z^2 x_A {x_B}^2 - \lambda = 0 \tag{23}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 60 - x_A - x_B - z = 0 \tag{24}$$

であり、(21) 式および (23) 式より、

$$x_A = \frac{z}{3} \tag{25}$$

(22) 式および (23) 式より、

$$x_B = \frac{2z}{3} \tag{26}$$

がそれぞれ得られる。(25) 式と (26) 式を (24) 式に代入し、

$$60 - \frac{z}{3} - \frac{2z}{3} - z = 0 \tag{27}$$

これを解くと、$z = 30$ が求められる。さらに、$z = 30$ を (25) 式、(26) 式にそれぞれ代入すると、$x_A = 10$、$x_B = 20$ が、それぞれ最適な公共財生産量、私的財分配量として求められる。

2.2.1 別解

公共財の供給量が最適であるための条件は、

$$\frac{\partial W}{\partial U_A}\frac{\partial U_A}{\partial x_A} = \frac{\partial W}{\partial U_B}\frac{\partial U_B}{\partial x_B} \tag{28}$$

である。これに 2 個人の効用関数を代入し、整理すると、

$$z^3 x_B (x_B - 2x_A) = 0 \tag{29}$$

を得る。このとき、$z = 0$ および $x_B = 0$ は $W = 0$ となるから不適当。従って、$x_B = 2x_A$ である。これを、サミュエルソン条件および生産可能性フロンティアに代入し計算すると、$x_A = 10$、$x_B = 20$、$z = 30$ がそれぞれ求められる。

この設問の採点方針は以下の通りです。まず、ラグランジュ関数を正しく示していれば 1 点、一階の条件を正しく求めていれば 1 点、その次の計算プロセスが正解であれば 1 点、解が求められていれば 1 点という基準で採点しました。別解については、公共財の最適条件が示せていれば 1 点、計算プロセスで 2 点、解が求められていれば 1 点という基準で採点しました。

3　設問 6(配点:6 点)

[設問 6.1(配点：3 点)]　3

[設問 6.2(配点：3 点)]　講義で説明された、　公企業が生産を行う、　政府が民間企業の価格決定を規制する、という二つの事柄すべてについて説明していれば 3 点、どちらか一つだけならば 2 点という配点にしました。

4　設問 7(配点：8 点)

採点方針は、以下の通りです。

1. 民営化の利点として、経営の効率性が高まることに触れていれば 3 点
2. 民営化の欠点として、重要な業務の質が悪化してしまうことを十分に防止できない (契約で業務内容と質について明確に定義することができない) ことで弊害が生じることに触れていれば 4 点。あるいは純粋公共財で市場での供給に弊害が生じることに触れていれば 3 点。
3. 解答全体の整合性に関する総合評価が 1 点 (この 1 点は採点者の裁量権に属しますので、抗議は受け付けません)。

注意:出題意図では、民間会社となった警察、刑務所に国ないし地方政府が対価を支払うことを想定していたのですが、住民ないし受刑者が直接支払うと解釈した答案が多数ありました。問題文で「民営化」よりも「民間委託」という言葉を用いるべきでありました。純粋公共財による説明は本来は加点されないところですが、部分点として 3 点をつけました。